

# 243 : Séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

## Notes

- Prof : .
- Références :
  - EL AMRANI, *Suites et séries*,
  - ROMBALDI, *Algèbre et géométrie*,
  - TAUVEL, *Analyse complexe*,
  - ZUILY-QUEFFELEC,
  - AMAR-MATHERON.

## Table des matières

|          |                                                  |          |
|----------|--------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Séries entières</b>                           | <b>1</b> |
| 1.1      | Définition et rayon de convergence . . . . .     | 1        |
| 1.2      | Opérations sur les séries entières . . . . .     | 1        |
| 1.3      | Régularité . . . . .                             | 1        |
| <b>2</b> | <b>Analycité</b>                                 | <b>1</b> |
| 2.1      | Fonctions analytiques . . . . .                  | 1        |
| 2.2      | Holomorphie et prolongement analytique . . . . . | 1        |
| 2.3      | Séries de LAURENT . . . . .                      | 1        |

|                                         |          |
|-----------------------------------------|----------|
| <b>3 Applications</b>                   | <b>2</b> |
| 3.1 Fonctions génératrices . . . . .    | 2        |
| 3.2 Equations différentielles . . . . . | 2        |
| 3.3 Séries matricielles . . . . .       | 2        |

# 1 Séries entières

## 1.1 Définition et rayon de convergence

*Cf* EL AMRANI.

## 1.2 Opérations sur les séries entières

*Cf* EL AMRANI et ROMBALDI, *Algèbre et géométrie*.

↪ Définir les opérations,

↪ Dire que la structure qu'on vient de dégager permet de définir les séries formelles,

↪ [DEV] Paire génératrice de sous-groupes de  $\mathfrak{S}_n$ .

## 1.3 Régularité

*Cf* EL AMRANI.

# 2 Analycité

## 2.1 Fonctions analytiques

*Cf* EL AMRANI.

## 2.2 Holomorphie et prolongement analytique

*Cf.* TAUVEL, *Analyse complexe* et AMAR-MATHERON.

↪ Début : Théorème de CAUCHY, formules pour calcul, (AMAR-MATHERON),

↪ TAUVEL pour le reste,

↪ Fin : Théorème de LIOUVILLE et app. (AMAR-MATHERON).

## 2.3 Séries de LAURENT

*Cf.* AMAR-MATHERON.

## 3 Applications

### 3.1 Fonctions génératrices

*Cf.* APPEL.

$\rightsquigarrow$  [DEV] Processus de GALTON-WATSON,

$\rightsquigarrow$  Lien avoir convergence en loi.

### 3.2 Equations différentielles

*Cf.* ZUILY-QUEFFELEC.

### 3.3 Séries matricielles

*Cf.* ROMBALDI, *Algèbre et géométrie*.