BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

ÉPREUVE ANTICIPÉE – CORRECTION

Pour les candidats AVEC ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : **2 heures** ; coefficient : **2**

***L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé*.**

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

Vous traiterez les deux parties du sujet dans leur intégralité.

Répartition des points

Première partie	6 points
Deuxième partie	14 points

PREMIERE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 points)

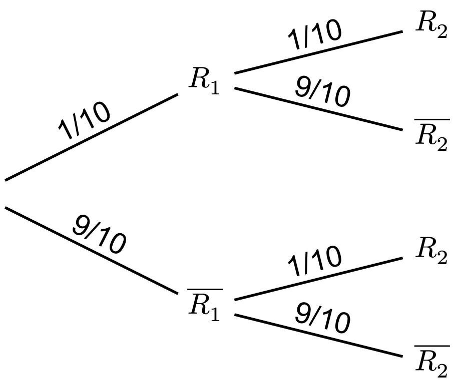
1. b
2. b
3. d
4. c
5. b
6. c
7. b
8. c
9. b

DEUXIEME PARTIE (14 points)

Exercice 1 (6 points)

Partie A

1.



2. a. Les différentes possibilités sont :

- Deux rouges : gain reçu $= 3$, donc $X = 2$.
- Deux vertes : gain reçu $= 1$, donc $X = 0$.
- Une rouge et une verte : gain reçu $= 0$, donc $X = -1$.

Les valeurs prises par X sont donc $\{-1, 0, 2\}$.

2. b. D'après la situation décrite, on a $\{X = 1\} = \left(R_1 \cap \overline{R_2}\right) \cup \left(\overline{R_1} \cap R_2\right)$, donc, les événements $R_1 \cap \overline{R_2}$ et $\overline{R_1} \cap R_2$ étant disjoints, et les événements R_1 et R_2 étant indépendants, on a :

$$\begin{aligned} P(X = -1) &= P\left(R_1 \cap \overline{R_2}\right) + P\left(\overline{R_1} \cap R_2\right) = P(R_1) \times P\left(\overline{R_2}\right) + P\left(\overline{R_1}\right) \times P(R_2) \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{18}{100}. \end{aligned}$$

2. c. On a, la somme des probabilités devant être égale à 1 :

k	-1	0	2
$P(X = k)$	$\frac{18}{100}$	$\frac{81}{100}$	$\frac{1}{100}$

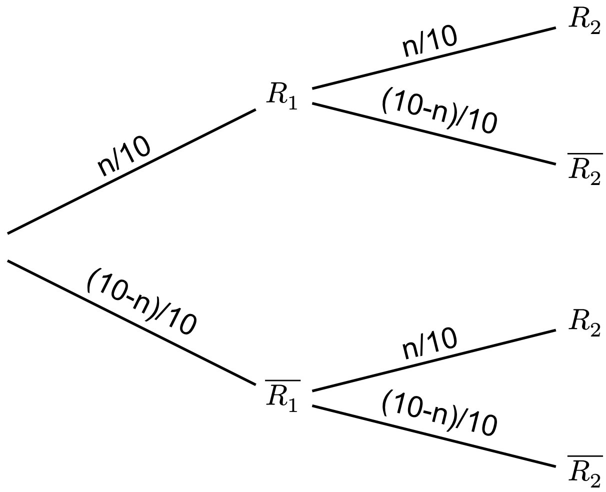
2. d.

$$E(X) = (-1) \times \frac{18}{100} + 0 \times \frac{81}{100} + 2 \times \frac{1}{100} = -\frac{16}{100} = -0,16.$$

En moyenne, un joueur perd donc 0,16 € par partie (et le forain gagne 0,16 € par partie).

Partie B

1. On a maintenant l'arbre de probabilité suivant :



La variable aléatoire Y prend les mêmes valeurs que X, c'est à dire $\{-1, 0, 2\}$ (même preuve qu'en question 2.d).

On a donc, comme dans la partie précédente, avec les mêmes remarques sur les événements (disjonction et indépendance) :

$$\begin{aligned}
P(Y=-1) &= P\left(R_1 \cap \overline{R_2}\right) + P\left(\overline{R_1} \cap R_2\right) = P(R_1) \times P\left(\overline{R_2}\right) + P\left(\overline{R_1}\right) \times P(R_2) \\
&= \frac{n}{10} \times \frac{10-n}{10} + \frac{10-n}{10} \times \frac{n}{10} = \frac{n(10-n)}{50}. \\
P(Y=2) &= P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \times P(R_2) = \frac{n}{10} \times \frac{n}{10} = \frac{n^2}{100}.
\end{aligned}$$

On a donc (la somme des probabilités devant être égale à 1) :

k	-1	0	2
$P(Y=k)$	$\frac{2n(10-n)}{100}$	$\frac{(10-n)^2}{100}$	$\frac{n^2}{100}$

Il vient donc :

$$E(Y) = 2 \times \frac{n^2}{100} + 0 \times \frac{(10-n)^2}{100} - 1 \times 2\frac{n(10-n)}{100} = \frac{4n^2 - 20n}{100} = \frac{n(n-5)}{25}.$$

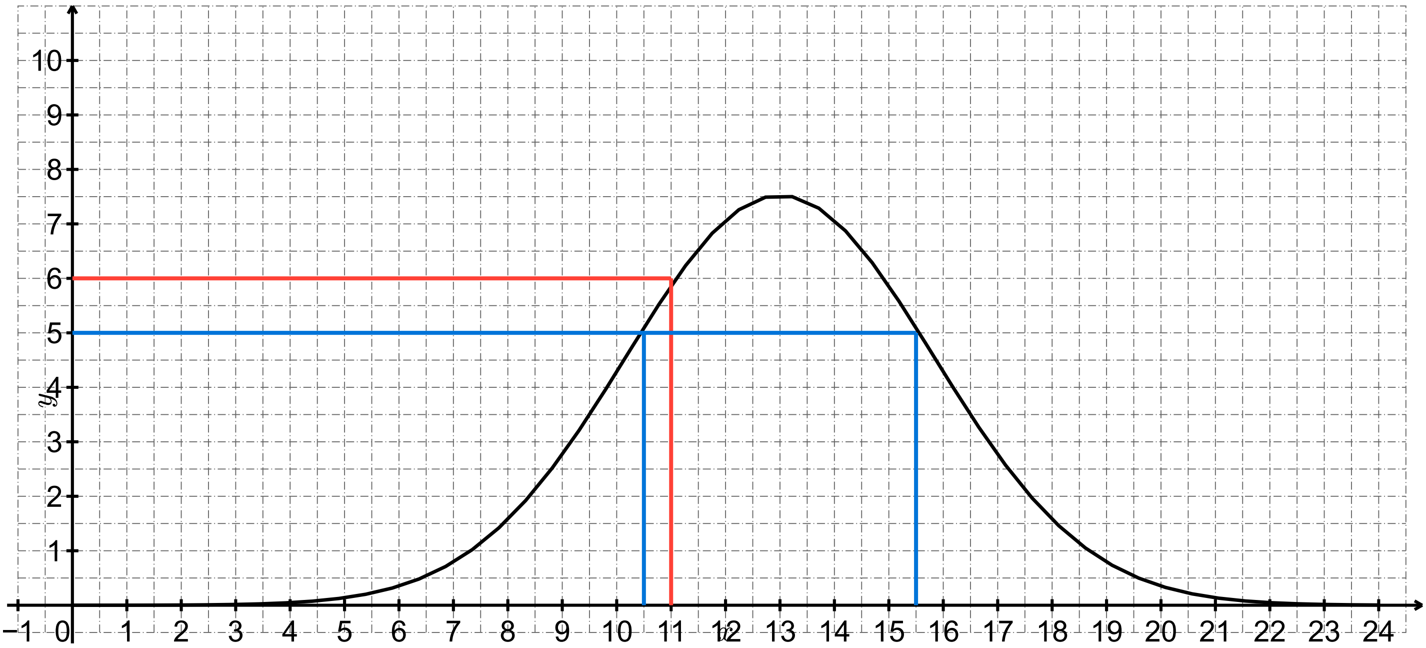
2. Un jeu équitable correspond à une espérance nulle, on cherche donc à résoudre $E(Y) = 0$:

$$\frac{n(n-5)}{25} = 0 \iff n \in \{0, 5\}.$$

Donc le jeu est équitable pour **0** boule rouge (qui correspond à un gain toujours nul) ou **5** boules rouges.

Exercice 2 (4 points)

Partie A



1. Par lecture graphique, à 11h00, la puissance est d'environ **6 kW**.
2. L'inéquation $f(x) \geq 5$ correspond aux abscisses où la courbe est au-dessus (ou sur) la droite $y = 5$. Par lecture graphique, on trouve $x \in [10,5; 15,5]$.

La puissance des panneaux est donc au moins 5 kW entre environ 10h30 et 15h30.

Partie B

1. La suite (c_n) est géométrique de raison $1,06$ (hausse de 6 % par an).
2. Par propriété sur les suites géométriques, on a, pour tout entier naturel n :

$$c_n = 0,15 \times 1,06^n.$$

3. Pour $2030 = 2020 + 10$, on prend $n = 10$, donc le calcul demandé est :

$$c_{10} = 0,15 \times 1,06^{10}.$$

4. a.

- c représente le prix d'un kWh pour l'année en cours de simulation.
- S représente l'économie totale cumulée (en euros) réalisée depuis 2020.

4. b. L'affichage 16 signifie qu'il faut **16 ans** pour que l'économie cumulée atteigne 7000 euro. Donc l'investissement est rentabilisé au cours de l'année $2020 + 16 = 2036$.

Exercice 3 (4 points)

1. Pour $x \in \mathbb{R}$, on a bien :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4e^{-0,5x} + (4x-4) \times (-0,5)e^{-0,5x} \\ &= e^{-0,5x}(4 - 0,5(4x-4)) = (-2x+6)e^{-0,5x}. \end{aligned}$$

2. Pour le signe de $f'(x)$, on remarque que $e^{-0,5x} > 0$ pour tout réel x. Ainsi, le signe de $f'(x)$ est celui de $-2x + 6$.

   On a donc le tableau de signes et de variations suivant :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$-2x+6$		$+$	0	$-$	
$e^{-0,5x}$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	

Donc f est croissante sur $]-\infty, 3]$ puis décroissante sur $[3, +\infty[$.

3. Avoir une tangente horizontale en $x \in \mathbb{R}$ est équivalent à avoir $f'(x) = 0$. Par la question précédente, cela est donc équivalent à $x = 3$.

L'ordonnée du point est alors $f(3)$. On trouve :

$$f(3) = (12 - 4)e^{-1,5} + 5 = 8e^{-1,5} + 5.$$

Il y a donc un unique point sur la courbe $\mathcal{C}_f$ où la tangente est horizontale :

$$A(3; 5 + 8e^{-1,5}).$$