

Travaux Pratiques n°1

Découverte de Maple

A. MARNAT

antoine.marnat@ens-cachan.org

MPSI.2 Lycée Champollion 2011/12

Exercice 1. Ouvrir sa session sur l'ordinateur, lancer Maple et enregistrer la feuille de calcul (vierge) dans son répertoire personnel avec un titre explicite. Sortir feuilles de papier et stylos.

1 Introduction à la syntaxe de base.

Exercice 2. Maple intègre une aide en ligne très complète. Il suffit de taper ? suivi du nom de la fonction pour accéder aux informations. Se renseigner sur la fonction `restart`.

Voici quelques lignes de commande Maple. Essayez de deviner le résultat, exécuter les sur machine, et expliquez les résultats obtenus.

```
>restart: 2: %+3: %%+: %%%+%%+%;  
>x:=y: y:=7: x*(2*y-5); y:=2: 2*x+1;  
>restart: y:=3: x:=y: y:=7: 2*x+y;  
>restart: x:=5: print(2x);  
>y:=6: X*(Y+1);  
>a:=4: a**a; #b:=3*a; evalf(a/b);  
>restart: 5**2: %**(1/3): evalf(%,20);  
>restart: x:=2*y: y:=1: x; y:='y': x;  
>restart: x:=2*y: y:=3*z: u:=x+1: z:=1: u;  
>restart: x:=(sqrt(3) -1)**2: x, expand(x), evalf(x);
```

1. Modifier la ligne de saisie numéro 4 pour obtenir à l'affichage

10

2. Modifier la ligne de saisie numéro 5 pour obtenir à l'affichage

35

3. Modifier la ligne de saisie numéro 6 pour obtenir à l'affichage

256

$b := 12$

.3333333333

2 Manipulation de la forme du résultat.

Exercice 3. Donner les lignes de saisie en Maple afin d'obtenir la réponse aux questions suivantes :

1. Donner le nombre de 0 qui terminent le nombre $100!$ (on pourra utiliser la fonction `ifactor`).
2. À l'aide de la fonction `evalf`, déterminer une valeur approchée du quotient de 57 par 89 avec 19 chiffres après la virgule.
3. À l'aide des fonctions `iquo` et `irem`, déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de 764 par 17.
4. Donner la 53^{ème} décimale du nombre π (noté `Pi` en Maple).
5. À l'aide de la fonction `evalc`, donner la forme algébrique du nombre complexe $(\frac{5}{4} + i\sqrt{3})^5$ (i est noté `I` en Maple).
6. Donner la formule développée de $(1+x)^n$ pour $n = 1, \dots, 6$ (on pourra utiliser la fonction `expand`).
7. Donner sous forme factorisée en fonction de n la valeur de $\sum_{k=1}^n k^3$ et de $\sum_{k=1}^n k^5$ (on pourra utiliser les fonctions `sum` et `factor`).
8. Calculer les valeurs exactes et approchées du sinus et du cosinus de $\frac{\pi}{5}$ (pour les valeurs exactes on pourra utiliser la fonction `convert` avec l'option `radical`).
9. Déterminer les racines du polynôme $X^4 - 5X^2 + 6X - 5$ en utilisant la fonction `solve`.

Exercice 4. Trigonométrie

1. Retrouver la formule donnant $\sin(a+b)$ à l'aide de la fonction `expand`.
2. Exprimer de même $\sin(a+b+c)$ à l'aide de $\sin a$, $\sin b$, $\sin c$, $\cos a$, $\cos b$ et $\cos c$.
3. Linéariser $\sin^5 x$ à l'aide de la fonction `combine` (avec l'option `trig`).

Exercice 5. Définir les variables suivantes :

$$a := y^2 + 2xy + x^2; b := \frac{1+x}{1-y} + \sin z;$$

Factoriser a avec la fonction `factor`. Développer a^6 avec la fonction `expand` ou `simplify`. Ordonner a^6 comme un polynôme en x avec la fonction `collect` et donner le coefficient associé au monôme x^3 avec la fonction `coeff`. Remplacer x par 2, y par 3 et z par $\pi/2$ dans l'expression de b à l'aide de la fonction `subs`. Calculer la dérivée première et seconde de b par rapport à y avec la fonction `diff`. Donner une primitive de b par rapport à la variable z à l'aide de la fonction `int`.

Exercice 6. On s'intéresse dans cet exercice à l'expression

$$x = (\tan(a+b) + \tan(a-b)) \times (\cos^2 b + \cos^2 a - 1)$$

1. Exprimer x en fonction des cosinus et sinus de a et b
2. Simplifier l'expression obtenue.

Exercice 7. Simplifier les expressions suivantes (fonctions `sum` `product` `int`) :

$$S = \sum_{k=0}^n k^2; T = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n (p+q)^2; U = \prod_{j=1, j \text{ pair}}^n j^2$$

$$J = \int_0^\pi \sin^7(t) dt; K = \int_1^{n^2} \frac{t}{1+t^2} dt$$

Exercice 8. Conjecturer les résultats

1. Factoriser : $a^2 - b^2$; $a^3 - b^3$; $a^4 - b^4$. Conjecturer une factorisation de l'expression $a^n - b^n$ pour tout entier naturel non nul n . En déduire une factorisation dans $\mathbb{R}$ du polynôme $P = X^n - 1$.
2. Développer : $(a+b)^2$; $(a+b)^3$; $(a+b)^4$. Conjecturer une expression développée de l'expression $(a+b)^n$ pour tout entier naturel non nul n . En déduire une preuve des égalités suivantes :

$$\sum_{p=0}^n \binom{n}{p} = 2^n; \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} (-1)^p = 0$$

Exercice 9. Soit la fonction suivante :

$$f : x \in \mathbb{R} \mapsto \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$

1. Calculer les images par f des réels -10 , 1 et 1000 .
2. Tracer avec la fonction `plot` la représentation graphique de f sur l'intervalle $[-10, 20]$.
3. Déterminer les zéros de la fonction f à l'aide de la commande `solve`.
4. Étudier le signe de la fonction dérivée de f .
5. Déterminer les limites aux bornes de l'intervalle de définition de f via la commande `limit`.
6. Établir sur une feuille le tableau de variations de f .
7. Calculer $\int_0^1 f(x) dx$.