

Travaux Pratiques n°2

Découverte de Maple (suite)

A. MARNAT

antoine.marnat@ens-cachan.org

MPSI.2 Lycée Champollion 2011/12

Exercice 1. Après avoir ouvert sa session et ouvert la présente feuille de TP située sur le réseau, lancer Maple et enregistrer la feuille de calcul (vierge) dans son répertoire personnel avec un titre explicite. Sortir feuilles de papier et stylos. Taper `restart`..

1 Rappel sur les complexes

Exercice 2. Définir en Maple le complexe :

$$z = \frac{1 + 3i}{1 - 4i}$$

puis déterminer son module et son argument ainsi que ses parties réelle et imaginaire à l'aide des fonctions `abs`, `argument`, `Re` et `Im`.

2 Boucles “for” et “while”

Exercice 3. On pensera à utiliser la fonction `isprime`.

- Faire afficher par Maple tout les nombres premiers inférieurs ou égaux à 400
- On considère un entier n fixé. Par exemple $n = 11$. Faire afficher par Maple tout les nombres premiers de la forme $2^k - 1$, $1 \leq k \leq n$. *Ces nombres sont appelés nombres de Mersenne.*
- Déterminer le plus petit entier de la forme $2^{2^k} - 1$, $k \in \mathbb{N}$, qui ne soit *pas* premier, et donner sa décomposition en facteurs premiers. *Ces nombres sont appelés nombres de Fermat.*
- On considère un entier n et un nombre premier p fixé, par exemple $n = 142915681896502240806$ et $p = 1597$. Déterminer la valuation p -adique de n , i.e. le plus grand $i \in \mathbb{N}$ tel que p^i divise n .
- On appelle couple de nombres premiers jumeaux les couples $(p, p + 2)$ tels que p et $p + 2$ soient premiers. Donner la liste des couples de nombres premiers jumeaux inférieurs ou égaux à 1000.

Exercice 4. On considère la *suite de Fibonacci* définie par $u_{n+2} = u_n + u_{n+1}$ avec $u_0 = u_1 = 1$. Faire afficher par Maple les 20 premiers nombres de Fibonacci u_i . Faire afficher les nombres de Fibonacci premiers d'indice inférieur à 40.

3 Manipulation de fonctions

Exercice 5. Définir et représenter des fonctions.

a) Lorsque les intervalles de travail ne sont pas indiqués, on veillera à en choisir de pertinents (avec essais/retouches).

- Représenter le graphe de la fonction $\cos$ sur $[-\pi, 2\pi]$, puis les graphes de $\cos$ et $\sin$ sur cet intervalle sur un même dessin.
- Représenter sur un même dessin les graphes des fonctions $\sinh$, $\cosh$ et $\tanh$.
- Représenter les graphes des fonctions $x \mapsto x$, x^2 , $\sqrt{x}$ sur $[0, 1]$, $[1, 3]$ et $[0, 3]$.
- Représenter le graphe de la fonction $\tan$ sur $[-\pi, \pi]$.
- Représenter le graphe de l'application $x \mapsto x \ln x$.

b) Définir les fonctions $f : x \mapsto e^{\frac{1}{x+3}}(x-2)$ et $g : x \mapsto x-1$. Vérifier la validité des définitions en demandant à Maple $f(x)$, mais aussi $f(t)$ et $f(3)$ (mauvaises surprises fréquentes ...). Représenter sur un même dessin les graphes de f et g .

La commande `asympt(f(x), x)` pourra expliquer ce qu'on constate sur le dessin

c) Définir la fonction $h : x \mapsto (x+1)e^x$, et représenter son graphe. Que vaut $h'(t)$? et $h'(2)$? Représenter les graphes de h et de sa dérivée sur un même dessin. Vérifier ce qu'il y a lieu de vérifier!

Exercice 6. Équations différentielles.

On commence par demander à Maple de résoudre l'équation $y'(t) = y(t)$. Évaluer la solution proposée en t , puis en 2. On pourra utiliser les fonctions `dsolve`, `assign` ou `subs`.

On s'intéresse maintenant à un problème avec conditions initiales.

- Résoudre l'équation différentielle $y' = -y + t - 2$ avec la condition initiale $y(0) = -1$. Représenter la solution. Évaluer en quels points y change de signe (resp. de variations). On pourra utiliser les fonctions `plot` et `evalf`.
- Représenter la solution de la même équation, mais avec comme condition initiale $y(0) = 1$. Trouver enfin une condition initiale $y(0) = y_0$ changeant l'aspect de la solution.
- Représenter de même les solutions de $y' = y + t - 2$ avec diverses conditions initiales.

On considère maintenant une équation non-linéaire : $y' = |y(t)| + t - 2$ avec la condition initiale $y(0) = -1$. On peut noter le lien avec les deux équations étudiées précédemment. Vérifier que Maple ne sait pas résoudre symboliquement cette équation. Représenter une approximation numérique de la solution à l'aide de la fonction `DEplot` du package `DEtools`.