

Travaux Pratiques n°4

Courbes du plan

A. MARNAT

antoine.marnat@ens-cachan.org

MPSI.2 Lycée Champollion 2011/12

Exercice 1. Après avoir ouvert sa session et ouvert la présente feuille de TP située sur le réseau, lancer Maple et enregistrer la feuille de calcul (vierge) dans son répertoire personnel avec un titre explicite. Sortir feuilles de papier et stylos. Taper `restart` :.

L'objet de ce TP est l'étude et notamment la représentation des courbes du plan.

1 Différentes définitions des courbes.

Exercice 2. Tracer la fonction tangente sur l'intervalle $[-2; 2]$ puis sur \mathbb{R} . Limiter l'axe d'observation des ordonnées à l'intervalle $[-3; 3]$. (`plot`)

Exercice 3. Tracer la représentation graphique en coordonnées polaires de la fonction $\theta \in \mathbb{R} \mapsto \cos(3\theta)$. On pourra utiliser au choix la fonction `plot` en renseignant le paramètre `coords`, ou la fonction `polarplot` après avoir chargé la librairie `plots`, ou mieux les deux.

Exercice 4. Tracer la représentation graphique de la courbe paramétrée définie par : $\forall t \in \mathbb{R}, x(t) = \cos(3t)\cos(t); y(t) = \cos(3t)\sin(t)$.

Exercice 5. Tracer l'ensemble des points de coordonnées $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ qui vérifient l'équation : $x^2 + xy + y^2 - 1 = 0$ à l'aide de la fonction `implicitplot` de la librairie `plots`.

Exercice 6. Superposer les représentations graphiques des fonctions $f_1 = \cos$ et $f_2 : x \mapsto 1 - \frac{x^2}{2}$ sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$. La fonction f_1 doit être en pointillés rouges et f_2 en gras (`thickness`) et en bleu. Ajouter le titre (`title`) : "Approximation polynomiale d'ordre 2 en 0 de la fonction cosinus" avec la police `Times` de taille 20 et en gras (`titlefont`). Mettre un nom aux axes des abscisses et des ordonnées à l'aide du paramètre `labels`. À l'aide de la fonction `textplot`, ajouter le commentaire "Intersection des deux courbes" au point $[0, 1]$. Ajouter la légende (`legend`) "Cosinus" pour f_1 et "Approximation" pour f_2 .

Remarque : Plusieurs autres possibilités graphiques sont possibles, il est recommandé de feuilleter l'aide Maple pour en savoir plus.

Exercice 7. Faire une étude complète de la fonction $t \mapsto (\frac{t}{1+t^4}, \frac{t^3}{1+t^4})$: symétrie, variations, points singuliers, points d'inflexion, etc. Tracer la représentation graphique de cette fonction. Le graphe doit être détaillé (cf exercice précédent).

Exercice 8. Tracer le folium de Descartes $x^3 + y^3 = 3axy$ ainsi que son asymptote $x + y = -a$ en fixant le paramètre a à la valeur de votre choix.

Remarque : On peut montrer que l'aire de la boucle est égale à celle du domaine situé entre la courbe et son asymptote, et vaut $\frac{3a^2}{2}$.

Exercice 9. Soient $N \in \mathbb{N}$ et $a, b \in \mathbb{R}$ vérifiant $0 < a < 1$ et $ab > 1 + \frac{3\pi}{2}$. Pour x variant de $\alpha = -2$ à $\beta = 2$ par pas de $h = \frac{1}{100}$ calculer : $S_N(x) = \sum_{n=0}^{n=N} a^n \cos(\pi b^n x)$. On pourra ranger les valeurs de S_N dans une structure de type `Array`. Représenter graphiquement sur la même figure, S_N sur l'intervalle $[-2; 2]$ pour $N = 100$, $h = \frac{1}{100}$, $h = \frac{1}{200}$ et $h = \frac{1}{500}$. Le graphe doit être détaillé. Utiliser la fonction `replot` pour zoomer sur un intervalle plus restreint.

2 Courbes “ornementales”

Exercice 10. Tracer le *Trèfle de Habenicht* (1895) d'équation polaire $\rho = 1 + \cos(n\theta) + \sin^2(n\theta)$ pour $n = 3$ ou $n = 4$, selon la chance que vous espérez.

Exercice 11. Tracer le *Coeur de Raphaël Laporte* (1993) d'équation paramétrée cartésienne $x = \sin^3(t); y = \cos(t) - \cos^4(t)$.

Utiliser la commande `implicitplot3d` de la librairie `plots` pour tracer la surface définie par l'équation $(2x^2 + y^2 + z^2 - 1)^3 - \frac{x^2 z^3}{10} - y^2 z^3 = 0$ pour $x \in [-2; 2]$, $y \in [-1, 5; 1, 5]$ et $z \in [-1, 5; 1, 5]$ avec le paramètre `numpoints=100000`.

Exercice 12. Tracer le *Papillon de T. Fay* (1989) d'équation polaire $\rho = e^{\cos \theta} - 2 \cos(4\theta) + \sin^5(\frac{\theta}{12})$. Faire varier θ dans $[-100, 100]$.