

T.D. 7 - Lois des Grands Nombres et Estimation

**Exercice 1.**

- Indication :** 1. On remarque une loi binomiale pour Z_n . Puis Y_n étant la position on trouve que $Y_n = Z_n + (-1)(n - Z_n)$ puisque il y a Z_n montées de +1 et ainsi $(n - Z_n)$ descentes de -1.
2. On prendra X_k des variables de Rademacher de paramètre p .
3. On appliquera (et on justifiera) la loi des grands nombres.

Exercice 2.

- Indication :** 1. On utilise des lois de Bernoulli pour les X_i .
2. On approximera q/N grâce à la loi des grands nombres de la question précédente. En particulier $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ représente la proportion du nombre d'oiseaux bagués dans les $n = 500$ capturés.

Exercice 3.

- Indication :** 1. C'est une conséquence immédiate du cours.
2. On utilisera à nouveau la méthodologie de l'exercice 1 du TD 5 pour calculer la fonction de répartition. La densité s'obtient par dérivation de la fonction de répartition.

Exercice 4.

- Indication :** 1. On vérifiera les deux conditions pour qu'une fonction f_X soit bien une densité (positivité et intégrale égale à 1).
2. On applique les définitions et on vérifie les hypothèses du cours.

Exercice 5.

- Indication :** 1. On isolera le c dans l'équation $\int_{\mathbb{R}} f_X(x)dx = 1$.
2. On rappelle la formule pour calculer une espérance d'une loi à densité :

$$\mathbb{E}(X_1) = \int_{\mathbb{R}} xf(x)dx$$

Un estimateur classique pour la moyenne est donné dans le cours. On utilisera aussi la loi forte des grands nombres.

3. On utilisera un estimateur classique pour la variance donné dans le cours.