

Couplage développements-leçons puis leçons-développements

J'avais 37 développements au total. Ceci est mon couplage final, c'est-à-dire lorsque j'ai réduit à deux développements par leçon. Cela signifie que certains développements ci-dessous se recasent très bien dans des leçons où je ne les ai pas mis (par exemple réductibilité des polynômes cyclotomiques dans la 102 et la 123, ou encore le dénombrement des matrices diagonalisables à coefficients dans un corps fini dans la 123). De toute façon, un couplage est subjectif : le tout est de savoir pourquoi on met tel développement dans telle leçon et de savoir argumenter ses choix.

1. Développements d'algèbre

Réciprocité quadratique (formes quadratiques)	101, 120, 121, 123, 170
Convergence d'une suite de polygones	102, 149, 150, 153, 181
Réduction endomorphismes normaux	106, 148, 151, 153, 158
Réduction de Frobenius	148, 150, 151, 159
Polynômes irréductibles de $F_q[X]$	123, 125, 141, 190
Forme normale de Smith	122, 142, 154, 162
Par cinq points passe une conique	149, 171, 181, 191
Matrices diagonalisable de $M_n(\mathbb{F}_q)$	101, 104, 152, 190
Isométries du cube	104, 105, 161, 191
L'exponentielle est un homéomorphisme	152, 155, 157, 158
Les automorphismes de S_n sont intérieurs	103, 105, 108
Théorème des deux carrés	121, 122, 127
Forme de Hankel	159, 170, 171
Réduction des polynômes cyclotomiques	120, 125, 144
Théorème de Kronecker	102, 127, 144
Critère d'Eisenstein	141, 142

2. Développements d'analyse

Théorème d'inversion de Fourier	201, 234, 235, 236, 239, 250
Théorème d'Hadamard-Lévy	203, 204, 206, 214, 215, 220
Ordres moyens de fonctions arithmétiques classiques	209, 223, 224, 230, 241, 244
Méthode du gradient à pas optimal	253, 219, 223, 226, 229
Théorème d'inversion locale	205, 208, 214, 215, 218
Projection sur un convexe fermé	205, 208, 213, 219, 253
Indécomposition de la loi de Poisson	266, 264, 261, 243
Résolution de l'équation de la chaleur sur le cercle	209, 235, 241, 246
Formule des compléments	236, 239, 244, 245
Nombre de cycles d'une permutation aléatoire	224, 262, 266, 264
Marche aléatoire sur $\mathbb{Z}^d$	206, 230, 234, 262
Lien fonction caractéristique et moments	218, 228, 235, 261
Théorème de Bernstein pour les séries entières	218, 228, 243
Théorème d'échantillonnage de Shannon	201, 213, 250
Étude de la fonction Gamma	244, 229, 245
Existence d'une série de Fourier divergente	205, 208, 246
Théorème de Cauchy-Lipschitz global	203, 205, 220
Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire	208, 221

3. Développements mixtes

$SO_3(\mathbb{R})$ est simple	103, 106, 108, 161, 204
Équation de Sylvester	154, 155, 156, 221
Convergence des méthodes itératives	156, 157, 162, 226

4. Leçons d'algèbre et géométrie

101 - Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications. —

- Réciprocité quadratique (formes quadratiques)
- Dénombrement des matrices diagonalisable de $M_n(\mathbb{F}_q)$

102 - Groupes des nombres complexes de module 1. Racines de l'unité. Applications. —

- Théorème de Kronecker
- Convergence d'une suite de polygones

103 - Conjugaison dans un groupe. Exemple de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications. —

- $SO_3(\mathbb{R})$ est simple
- Les automorphismes de S_n sont intérieurs

104 - Groupes finis. Exemples et applications. —

- Dénombrement des matrices diagonalisable de $M_n(\mathbb{F}_q)$
- Les isométries du cube

105 - Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications. —

- Les automorphismes de S_n sont intérieurs
- Les isométries du cube

106 - Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications. —

- Réduction des endomorphismes normaux
- $SO_3(\mathbb{R})$ est simple

108 - Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications. —

- Les automorphismes de S_n sont intérieurs
- $SO_3(\mathbb{R})$ est simple

120 - Anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications. —

- Réciprocité quadratique (formes quadratiques)
- Réductibilité des polynômes cyclotomiques sur les corps finis

121 - Nombres premiers. Applications. —

- Réciprocité quadratique (formes quadratiques)
- Théorème des deux carrés

122 - Anneaux principaux. Exemples et applications. —

- Forme normale de Smith
- Théorème des deux carrés

123 - Corps finis. Applications. —

- Réciprocité quadratique (formes quadratiques)
- Dénombrement des polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$

125 - Extensions de corps. Exemples et applications. —

- Dénombrement des polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$
- Réductibilité des polynômes cyclotomiques sur les corps finis

127 - Exemples de nombres remarquables. Exemples d'anneaux de nombres remarquables. Applications. —

- Théorème des deux carrés
- Théorème de Kronecker

141 - Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications. —

- Dénombrement des polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$
- Critère d'Eisenstein

142 - PGCD PPCM, algorithmes de calcul. Applications. —

- Critère d'Eisenstein
- Forme normale de Smith

144 - Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications. —

- Réductibilité des polynômes cyclotomiques sur les corps finis
- Théorème de Kronecker

148 - Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications. —

- Réduction de Frobenius
- Réduction des endomorphismes normaux

149 - Déterminants. Exemples et applications. —

- Par cinq points passe une conique
- Convergence d'une suite de polygones

150 - Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications. —

- Réduction de Frobenius
- Convergence d'une suite de polygones

151- Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications. —

- Réduction de Frobenius
- Réduction des endomorphismes normaux

152 - Endomorphismes diagonalisables en dimension finie. —

- Dénombrement des matrices diagonalisable de $M_n(\mathbb{F}_q)$
- L'exponentielle est un homéomorphisme sur les matrices symétriques

153- Valeurs propres, vecteurs propres. Calculs exacts ou approchés d'éléments propres. Applications. —

- Réduction des endomorphismes normaux
- Convergence d'une suite de polygones

154 - Exemples de décomposition de matrices. Applications. —

- Forme normale de Smith
- Équation de Sylvester

155 - Exponentielle de matrices. Applications. —

- L'exponentielle est un homéomorphisme sur les matrices symétriques
- Équation de Sylvester

156 - Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents. —

- Convergence de méthodes itératives
- Équation de Sylvester

157 - Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes. —

- L'exponentielle est un homéomorphisme sur les matrices symétriques
- Convergence de méthodes itératives

158 - Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie). —

- Réduction des endomorphismes normaux
- L'exponentielle est un homéomorphisme sur les matrices symétriques

159 - Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemple et applications. —

- Réduction de Frobenius
- Forme de Hankel

161 - Espaces vectoriels et espaces affines euclidiens : distances, isométries. —

- $SO_3(\mathbb{R})$ est simple
- Les isométries du cube

162 - Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques. —

- Convergence de méthodes itératives
- Forme normale de Smith

170 - Formes quadratiques en dimension finie. Orthogonalité. Applications. —

- Réciprocité quadratique (formes quadratiques)
- Forme de Hankel

171 - Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications. —

- Forme de Hankel
- Par cinq points passe une conique

181 - Convexité dans $\mathbb{R}^n$. Applications en algèbre et en géométrie. —

- Par cinq points passe une conique
- Convergence d'une suite de polygones

190 - Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement. —

- Dénombrement des matrices diagonalisable de $M_n(\mathbb{F}_q)$
- Dénombrement des polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$

191 - Exemple d'utilisation de techniques d'algèbre en géométrie. —

- Par cinq points passe une conique
- Les isométries du cube

5. Leçons d'analyse et probabilités

201 - Espaces de fonctions. Exemples et applications. —

- Théorème d'échantillonnage de Shannon
- Théorème d'inversion de Fourier

203 - Utilisation de la notion de compacité. —

- Théorème d'Hadamard-Lévy
- Théorème de Cauchy-Lipschitz global

204 - Connexité. Exemples d'applications. —

- Théorème d'Hadamard-Lévy
- $SO_3(\mathbb{R})$ est simple

205 - Espaces complets. Exemples et applications. —

- Théorème de Cauchy-Lipschitz global
- Projection sur un convexe fermé
- Existence d'une série de fourier non convergente
- Théorème d'inversion locale

206 - Exemples d'utilisation de la notion de dimension finie en analyse. —

- Théorème d'Hadamard-Lévy
- Marche aléatoire sur $\mathbb{Z}^d$

208 - Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples. —

- Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire
- Projection sur un convexe fermé
- Existence d'une série de fourier non convergente
- Théorème d'inversion locale

209 - Approximation d'une fonction par des fonctions régulières. Exemples d'applications. —

- Résolution de l'équation de la chaleur sur un cercle
- Ordres moyens de fonctions arithmétiques classiques

213 - Espaces de Hilbert. Exemples d'applications. —

- Projection sur un convexe fermé
- Théorème d'échantillonnage de Shannon

214 - Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Illustrations en analyse et en géométrie. —

- Théorème d'Hadamard-Lévy
- Théorème d'inversion locale

215 - Applications différentiables définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Exemples et applications. —

- Théorème d'Hadamard-Lévy
- Théorème d'inversion locale

218 - Formules de Taylor. Exemples et applications. —

- Lien entre fonction caractéristique et moments
- Théorème de Bernstein pour les séries entières
- Théorème d'inversion locale

219 - Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications. —

- Méthode du gradient à pas optimal
- Projection sur un convexe fermé

220 - Illustrer par des exemples la théorie des équations différentielles ordinaires. —

- Théorème d'Hadamard-Lévy
 - Théorème de Cauchy-Lipschitz global

221 - Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications. —

- Résolution de l'équation de Sylvester
- Théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire

223 - Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications. —

- Méthode du gradient à pas optimal
- Ordres moyens de fonctions arithmétiques classiques

224 - Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions. —

- Ordres moyens de fonctions arithmétiques classiques
- Nombre de cycles d'une permutation aléatoire

226 - Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations. —

- Méthode du gradient à pas optimal
- Convergence de méthodes itératives

228 - Continuité, dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications. —

- Lien entre fonction caractéristique et moments
- Théorème de Bernstein pour les séries entières

229 - Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications. —

- Méthode du gradient à pas optimal
- Étude de la fonction Gamma

230 - Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples. —

- Ordres moyens de fonctions arithmétiques classiques
- Marche aléatoire sur $\mathbb{Z}^d$

234 - Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables. —

- Théorème d'inversion de Fourier
- Marche aléatoire sur $\mathbb{Z}^d$

235 - Problèmes d'interversion de symboles en analyse. —

- Résolution de l'équation de la chaleur sur le cercle
- Théorème d'inversion de Fourier
- Lien entre fonction caractéristique et moments

236 - Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables. —

- Théorème d'inversion de Fourier
- Formule des compléments

239 - Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications. —

- Théorème d'inversion de Fourier
- Formule des compléments

241 - Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples. —

- Ordres moyens de fonctions arithmétiques classiques
- Résolution de l'équation de la chaleur sur le cercle

243 - Séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications. —

- Indécomposition de la loi de Poisson
- Théorème de Bernstein pour les séries entières

244 - Exemples d'études et d'applications de fonctions usuelles et spéciales. —

- Ordres moyens de fonctions arithmétiques classiques
- Étude de la fonction Gamma
- Formule des compléments

245 - Fonctions holomorphes et méromorphes sur un ouvert de $\mathbb{C}$. Exemples et applications. —

- Étude de la fonction Gamma
- Formule des compléments

246 - Séries de Fourier. Exemples et applications. —

- Résolution de l'équation de la chaleur
- Existence d'une série de Fourier divergente pour une fonction continue

250 - Transformation de Fourier. Applications. —

- Théorème d'échantillonnage de Shannon
- Théorème d'inversion de Fourier

253 - Utilisation de la notion de convexité en analyse. —

- Méthode du gradient à pas optimal
- Projection sur un convexe fermé

261 - Loi d'une variable aléatoire : caractérisations, exemples, applications. —

- Indécomposition de la loi de Poisson
- Lien entre fonction caractéristique et moments

262 - Convergences d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limite. Exemples et applications. —

- Nombre de cycles d'une permutation aléatoire
- Marche aléatoire sur $\mathbb{Z}^d$

264 - Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications. —

- Indécomposition de la loi de Poisson
- Nombre de cycles d'une permutation aléatoire

266 - Utilisation de la notion d'indépendance en probabilités. —

- Indécomposition de la loi de Poisson
 - Nombre de cycles d'une permutation aléatoire
-