

**Question de cours.** Résoudre sur  $I = \mathbb{R}$  l'équation différentielle

$$y'' + y' + y = \cos(2t).$$

**Question de cours.** Montrer qu'une suite convergente est bornée.

**Exercice.** Soient  $a \in \mathbb{R}^*$  et  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continue périodique de période  $T \in \mathbb{R}_+^*$ . On considère l'équation différentielle sur  $\mathbb{R}$

$$y' + ay = \varphi(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

1. Déterminer une condition nécessaire et suffisante pour qu'une solution  $y$  de l'équation différentielle soit  $T$ -périodique.
2. En déduire que l'équation différentielle admet une unique solution  $T$ -périodique.

**Exercice.** Déterminer les couples  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  tels que les solutions de l'équation différentielle  $y'' + ay' + by = 0$  soient toutes bornées sur  $\mathbb{R}_+$ .

Vous pourrez trouver en ligne la correction des exercices proposés sur ma page personnelle en cherchant "Cacitti page personnelle" sur Google ou grâce à l'URL :

<https://perso.eleves.ens-rennes.fr/~dcaci409/Kholles2425.html>

**Question de cours.** Résoudre sur  $I = ]0, +\infty[$  puis sur  $I = [0, +\infty[$  l'équation différentielle

$$2xy' - 3y = \sqrt{y}.$$

**Question de cours.** Montrer que le produit, d'une suite bornée et d'une suite qui tend vers 0, tend vers 0.

**Exercice.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continue telle que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = 1 + \int_0^x f(t) \cos(x-t) dt.$$

Montrer que la fonction  $f$  vérifie une équation différentielle linéaire. En déduire l'ensemble des fonctions  $f$  qui vérifient l'égalité précédente.

**Exercice.** Soient  $a \in \mathbb{R}_+^*$  et  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  de classe  $C^1$  telle que

$$f'(x) + af(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0.$$

Montrer que

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0.$$

Vous pourrez trouver en ligne la correction des exercices proposés sur ma page personnelle en cherchant "Cacitti page personnelle" sur Google ou grâce à l'URL :

<https://perso.eleves.ens-rennes.fr/~dcaci409/Kholles2425.html>

**Question de cours.** Trouver l'ensemble des fonctions  $f$  dérivables sur  $\mathbb{R}$  telles que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right).$$

**Question de cours.** Montrer l'unicité de la limite d'une suite convergente.

**Exercice.** Soient  $\omega, \omega_0 \in \mathbb{R}_+^*$ . Déterminer les solutions de l'équation différentielle

$$y'' + \omega^2 y = \cos(\omega_0 x), \quad x \in \mathbb{R},$$

vérifiant les conditions initiales  $y(0) = 1$  et  $y'(0) = 0$ .

**Exercice.** Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle

$$y' + y = \max(x, 0), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Vous pourrez trouver en ligne la correction des exercices proposés sur ma page personnelle en cherchant "Cacitti page personnelle" sur Google ou grâce à l'URL :

<https://perso.eleves.ens-rennes.fr/~dcaci409/Kholles2425.html>