

Leçon 183 : Utilisation des groupes en géométrie.

Développements :

Isométries du tétraèdre et du cube, $SO(3)$ et les quaternions

Bibliographie :

Mercier Cours de Géométrie, Ulmer, Grifone, Truffaut, Arnaudies Fraysse,

Plan

1 Préliminaires sur les actions de groupes

[Ulmer]

Définition 1. Action de groupe

Définition 2. Orbite, stabilisateur

Définition 3. action libre, fidèle, transitive

2 Espaces euclidiens

Soit E un espace euclidien

Définition 4 (Mercier p. 139). Groupe des isométries

Proposition 5 (Mercier p. 137). *Image de base*

Proposition 6 (Mercier p. 138). *Écriture matricielle*

Définition 7 (Mercier p. 139). SO

2.1 Réduction du groupe orthogonal : dim 2

Proposition 8 (Mercier p. 142). *Réduction en dim 2*

Exemple 9.

Proposition 10 (Mercier p. 142). *Classification suivant les espaces invariants*

Proposition 11 (Mercier p. 143). *$SO(E)$ opère simplement et transitivement sur l'ens des vecteurs unitaires de E*

Blabla sur les angles : AF p. 241

2.2 Réduction du groupe orthogonal : dim 3

Définition 12 (Mercier p. 146). Rotation

Proposition 13 (Mercier p. 147). *Réduction en dim 3*

Exemple 14.

Proposition 15 (Mercier p. 148). *Classification suivant les espaces invariants*

Proposition 16. *$SO(3)$ agit transitivement sur l'ens des droites*

Application 17. *$SO(3)$ est simple*

Un peu de blabla sur les quaternions

Proposition 18. *$SO(3)$ et les quaternions*

3 Espaces affines

3.1

Définition 19 (Mercier p. 28). espace affine par les actions de groupe

On en déduit les propriétés

Proposition 20 (Mercier p. 28-29).

Définition 21 (Mercier p. 30). Sous espace affine

Définition 22 (Mercier p. 45-47). Application affine et groupe affine

Proposition 23 (Mercier p. 47). *L'image directe et réciproque d'un sea par une application affine est un sea*

Proposition 24 (Merci p. 47). *affine ssi conserve le barycentre*

3.2 Isométries affines

Définition 25 (Mercier p. 247-248). Isométrie affine et groupe $Is(E)$

Théorème 26 (Mercier p. 247). *Lien entre $Is(E)$ et $O(E)$*

Proposition 27 (Mercier p.248). *$Is_O(E)$ et isomorphisme*

Proposition 28 (Mercier p. 252). *Classification des isométries affines en dim 2 et 3 en fonction de l'espace des invariants*

3.3 Isométries laissant stable une partie du plan ou de l'espace

cf 161 avec Mercier cours de Géométrie

4 Formes quadratiques et coniques

Soit E un \mathbb{R} ev.

Définition 29 (Mercier p. 116). Equivalence des formes quadratiques

Proposition 30 (Mercier p. 117). *Algorithme de Gauss*

Exemple 31 (Mercier p. 118).

Théorème 32 (Mercier p. 115). *Classification en fonction de la signature*

Définition 33 (Mercier p. 439). Conique

Proposition 34 (Mercier p.440). *equation d'une conique à multiplication par un scalaire près*

Proposition 35 (Grifone p. 414). *Classification des coniques en fonction de la signature*

Proposition 36 (Tru p. 127). *ellipse comme image affine d'un cercle*