

Leçon 207 : Prolongement de fonctions. Exemples et applications.

Développements :

Fourier Plancherel, Prolongement de la fonction Gamma d'Euler

Bibliographie :

Rouvière, Gourdon, Pommelet, Albert, Berthelin, Li, Amar Matheron, Hauchecorne, ZQ, JSR, Amrani

Plan

Définition 1. Prolongement d'une fonction

1 Prolongement et continuité

1.1 Prolongement ponctuel

à voir avec Rombaldi

Proposition 2 (Gou p.16). f continue en a ssi $\lim f(x) = f(a)$

Définition 3 (Gou p. 16). Prolongement par continuité

Exemple 4 (Pom p. 38). $x \sin(1/x)$

Exemple 5 (Pom p. 90). $\exp(-1/x^2)$

Autres ex dans Hauchecorne p.269

1.2 Prolongement par densité

Théorème 6 (Pom p. 40). *Principe de prolongement par densité d'une fonction continue*

Application 7 (Rouv). Différentielle du déterminant

Théorème 8 (Pom p. 48 ou Albert p. 93). *Principe de prolongement par densité d'une application uniformément continue*

Application 9 (Pom p. 49). Construction de l'intégrale de Riemann par les fonctions réglées

Corollaire 10 (Albert p. 93). *Principe de prolongement par densité d'une application linéaire continue + égalité des normes*

Application 11 (Li). Fourier Plancherel

1.3 Prolongement global

(Tietze dans ZQ)

2 Prolongement et différentiabilité

2.1 Prolongement et régularité

Théorème 12 (Pom p. 90). *Prolongement de la dérivée*

Contre-exemple 13 (Pom p.90). sans la continuité

Exemple 14. Si f est C^1 la fonction qui vaut le taux d'accroissement et la dérivée en a est continue. En dim 2 dans le Gourdon ex 7 p.313

Exemple 15 (Hauch p. 166). $x^2 \sin(1/x)$

Exemple 16 (Pom p. 90). $\exp(-1/x^2)$

Application 17 (Pom p. 90). Fonctions plateaux

Rajouter la dimension supérieure : Hauchecorne p.271 et cex p. 272 et JSR

2.2 Prolongement de solutions d'équations différentielles

[Berthelin]

Définition 18. Prolongement d'une solution

Définition 19. Solution maximale, globale

Théorème 20. *Thm de sortie de tout compact*

Corollaire 21. *Thm des bouts*

Application 22. Toute fonction continue et bornée implique solution globale

Exemple 23.

3 Prolongement analytique

3.1 Série entière au bord du disque de convergence

[Amr p. 231]

Définition 24. Cercle incertitude

Exemple 25. tous les cas sont possibles

Théorème 26 (Gou p. 252). *Abel (Angulaire)*

Application 27 (Gou p. 252). La série entière de $\ln(1+x)$ converge en 1 et on a donc égalité de cette fonction avec sa série entière en 1.

Théorème 28 (Gou p. 253). *Taubérien faible*

3.2 Fonctions holomorphes

Théorème 29 (Amar p. 133). *Principe des zéros isolés*

Corollaire 30 (Amar p. 88). *Principe de prolongement analytique*

Application 31 (Garet). Calcul de fonction caractéristique de la loi normale

Application 32. Prolongement de la fonction Gamma d'Euler