Exercice 1.11 :

1. Dans cette question, chaque membre de l'association est candidat. Comme le comité doit être composé de 5 personnes dont au moins deux femmes et au moins deux hommes ; on a deux "types" de comités possibles :
   ➤ *Cas 1 :* les comités avec 3 femmes et 2 hommes ;
   ➤ *Cas 2 :* les comités avec 2 femmes et 3 hommes.

   Calculons le nombre de comités possibles pour chacun des deux cas.
   Pour le premier cas, on choisit 3 femmes parmi les 20 présentes dans l'association (soit $\binom{20}{3}$ possibilités) et on choisit 2 hommes parmi les 15 (soit $\binom{15}{2}$).
   Le premier cas à donc $\binom{20}{3} \times \binom{15}{2}$ configurations possibles.

   De même, le deuxième cas à $\binom{20}{2} \times \binom{15}{3}$ configurations possibles.

   En conclusion, si chaque membre de l'association est candidat, on peut former $\binom{20}{3} \times \binom{15}{2} + \binom{20}{2} \times \binom{15}{3}$ bureaux.

2. Dans cette question, deux hommes ne sont pas candidats. On reprend le raisonnement précédent avec 13 hommes au lieu de 15. On obtient donc $\binom{20}{3} \times \binom{13}{2} + \binom{20}{2} \times \binom{13}{3}$ bureaux possibles.

3. Dans cette question, un homme et une femme ne veulent pas siéger ensemble. Dénombrons les cas de l'évènement complémentaire où l'homme et la femme siègent ensembles. On suppose donc que l'homme et la femme appartiennent au comité. Il reste trois places à pourvoir. On a de nouveau 2 manières de compléter le comité : avec 2 femmes parmi les 19 restantes et un homme parmi les 14 restants ou avec 1 homme et deux femmes. On peut donc former $\binom{19}{2} \times \binom{14}{1} + \binom{19}{1} \times \binom{14}{2}$ bureaux dans lesquels l'homme et la femme sont présents.

   Le nombre de bureaux où l'homme et la femme ne siègent pas ensembles est donc égal à :

$$\binom{20}{3} \times \binom{15}{2} + \binom{20}{2} \times \binom{15}{3} - \binom{19}{2} \times \binom{14}{1} + \binom{19}{1} \times \binom{14}{2}.$$

Exercice 1.14 :
Pour commencer, on veut dénombrer les nombres que l'on peut former avec le chiffre des unités fixés.
Par exemple, supposons que le chiffre des unités soit 1. On cherche donc tous les nombres que l'on peut faire avec les quatre autres chiffres (à savoir 2,3,4,5). On peut donc former $4! = 24$ nombres différents avec 0 comme chiffre des unités. Mais de la même manière, on pourra former 24 nombres différents avec 1 comme chiffre des unités, idem pour 2,3,4 et 5.

Si on somme chacun de ces nombres, chaque "colonne" de l'addition (à savoir la somme des chiffres des unités, des dizaines, des centaines...) sera égale à $(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \times 24 = 360$.

Il reste à présent à terminer l'addition.
On trouve que la somme de tous les entiers obtenus est égale à 3 999 960.