

Problèmes Originaux – Errata

21 juin 2025

Un grand merci à MM. Quet et Reverte pour ces corrections.

Page 12

- ▷ Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$ si tout intervalle de la forme $]M, +\infty[$ contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang. Autrement dit, pour tout $M \in \mathbb{R}$, il existe un entier N_M qui dépend de ε tel que tous les termes de la suite à partir du rang N_M sont dans $]M, +\infty[$. Cela peut s'écrire :

$$\forall M \in \mathbb{R}, \exists N_M \in \mathbb{N}, (n \geq N_M \implies u_n > M)$$

On note alors

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

- ▷ De la même façon, la définition de la convergence vers $-\infty$ pour une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ peut s'écrire de la façon suivante :

$$\forall M \in \mathbb{R}, \exists N_M \in \mathbb{N}, (n \geq N_M \implies u_n < M)$$

Page 13

- ▷ Soit a et b deux réels, I un intervalle ouvert contenant a et f une fonction définie sur $I \setminus \{a\}$. La fonction f a pour limite b en a si :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0, (x \in I \cap]a - \eta, a + \eta[\implies f(x) \in]b - \varepsilon, b + \varepsilon[)$$

Page 19

- ▷ Pour prouver que deux réels a et b sont égaux, on peut prouver successivement les inégalités " $a \leq b$ " et " $a \geq b$ ". C'est une preuve par "double inégalité".
- ▷ Pour prouver que deux ensembles E et F sont égaux, on peut montrer les inclusions $E \subset F$ et $F \subset E$. C'est une preuve par "double inclusion".
- ▷ Pour prouver l'équivalence " $\mathcal{A} \iff \mathcal{B}$ ", on peut prouver successivement les implications " $\mathcal{A} \implies \mathcal{B}$ " et " $\mathcal{B} \implies \mathcal{A}$ ". Ce raisonnement s'appelle "raisonnement par analyse-synthèse".

Page 27 Dans l'exemple du nombre 5321897, cela donne

$$\begin{aligned} 5321897 \equiv 0[7] &\iff 7u_0 + 9u_1 + 8u_2 + 1u_3 + 2u_4 + 3u_5 + 5u_6 \equiv 0[7] \\ &\iff 42 \equiv 0[7] \end{aligned}$$

Page 82 Pour conclure, il reste à calculer $\overline{E_0}[1]$.

On sait que $\overline{E_0} = P^{-1} \times E_0$; calculons P^{-1} :

$$P^{-1} = \frac{1}{\cancel{\det P} P} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Page 103 C'est bien Alice qui génère le polynôme, ainsi "Ce polynôme est connu d'elle seule."

Page 105

▷ Si $n = m$, on a alors

$$(P + Q)(X) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)X + \dots + (a_n + b_n)X^n$$

- Si $a_n + b_n \neq 0$, alors on a

$$\deg(P + Q) = n \quad \text{et} \quad \max(n, m) = n = m$$

- Sinon, on obtient

$$\deg(P + Q) < n \quad \text{soit} \quad \deg(P + Q) < \max(n, m)$$