

203 : Utilisation de la notion de compacité.

Antoine DEQUAY

21 septembre 2022

Notes

- Prof : .
- Références :
 - GOURDON, *Analyse*,
 - QUEFFELEC, *Topologie*,
 - HIRSCH-LACOMBE,
 - HACHECORNE,
 - ROMBALDI,
 - ZUILY-QUEFFELEC,
 - ROUVIÈRE,
 - CORI & LASCAR.

Table des matières

1	Caractérisation de la compacité	1
1.1	Propriété de BOREL-LEBESGUE	1
1.2	Ajout d'une distance	1
2	Compacité et fonctions continues	1
2.1	Continuité et extrema	1
2.2	Uniforme continuité	1
2.3	Points fixes et applications	1

3	Application aux espaces vectoriels normés	1
3.1	Théorème de RIESZ	1
3.2	Théorème de STONE-WEIERSTRASS	2
3.3	Théorème d'ASCOLI	2

1 Caractérisation de la compacité

1.1 Propriété de BOREL-LEBESGUE

Cf GOURDON, QUEFFELEC, CORI & LASCAR *et* HAUCHECORNE.

↪ Pas besoin de supposer E métrique, mais penser à la séparation

↪ TYCHONOFF,

↪ [DEV] Théorème de compacité en logique propositionnelle.

1.2 Ajout d'une distance

Cf GOURDON.

2 Compacité et fonctions continues

2.1 Continuité et extrema

Cf GOURDON *et* ROMBALDI.

2.2 Uniforme continuité

Cf ROMBALDI.

↪ Introduire fonctions lipschitziennes,

↪ HEINE.

2.3 Points fixes et applications

Cf ROMBALDI *et* ROUVIÈRE.

↪ PICARD et application à ([DEV]) CAUCHY-LIPSCHITZ & GRONWALL,

↪ BROUWER et application à ([DEV]) théorème de NASH.

3 Application aux espaces vectoriels normés

3.1 Théorème de RIESZ

Cf HIRSCH-LACOMBE.

↪ [DEV] Ellipsoïde de JOHN-LOEWNER.

3.2 Théorème de STONE-WEIERSTRASS

Cf HIRSCH-LACOMBE.

3.3 Théorème d'ASCOLI

Cf HIRSCH-LACOMBE *et* ZUILY-QUEFFELEC.