Nom : **Prénom :** **Note : .../10**

Interrogation écrite n°2

CALCULUS - L1 PEIP

28 novembre 2023 - Durée : 30 minutes

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISÉ. CALCULATRICE NON AUTORISÉE.

Chaque question comporte une et une seule bonne réponse. Veuillez noircir la case correspondante à la bonne réponse (comme ceci : ■, pas comme ceci ☒). Chaque question est notée sur 1 point. Une mauvaise réponse, une réponse vide ou une réponse avec plusieurs choix marqués rapporte 0 point. Une réponse correcte rapporte 1 point. Aucune justification n'est demandée. Aucune annotation sur cette feuille ne sera prise en compte.

Partie 1 - Nombres complexes

Question 1 Soit $z_1 = i$ et $z_2 = -1 + 2i$. La partie réelle du nombre complexe $Z = \overline{iz_1\overline{z_2}}$ est :

[A] i [B] -1 ■ 1 [C] 2 [D] $2i$ [E] Autre

Question 2 Soit $z = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$. La partie imaginaire de z^2 est :

■ $8\sqrt{3}$ [A] 16 [B] $16\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$ [C] $4\sqrt{3}$ [D] -16 [E] Autre

Question 3 Le module du nombre complexe $z = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ est :

[A] 2 [B] -2 [C] $-\sqrt{2}$ [D] 1 [E] $-1-i$ ■ Autre

Question 4 La forme algébrique du nombre complexe $z = \dfrac{-e^{i\frac{\pi}{2}}}{1+i}$ est

■ $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i$ [A] $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ [B] $\dfrac{-i}{1+i}$ [C] $-\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ [D] $\dfrac{1}{1+i} - 1$ [E] Autre

Question 5 Soit $\omega = e^{i\frac{2\pi}{2023}}$. La somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{2023} \omega^k$ est égale à :

[A] $2023e^{i\frac{2\pi}{2023}}$ [B] $e^{i\frac{2\pi}{2023!}}$ ■ 0 [C] 1 [D] $e^{2i\pi\sum_{k=1}^{2023}\frac{1}{k}}$ [E] Autre

N'oubliez pas les questions au verso !

Partie 2 - Primitives et intégrales

Question 6 Une primitive de la fonction $f(x) = \dfrac{1+\cos(x)}{\sin(x)^2}$ sur $]0,\pi[$ est

■ $-\dfrac{1+\cos(x)}{\sin(x)}$ $\boxed{\text{A}}$ $1+\tan(x)^2$ $\boxed{\text{B}}$ $\ln(1+\cos(x))$ $\boxed{\text{C}}$ $-\dfrac{1+\sin(x)}{\cos(x)}$ $\boxed{\text{D}}$ $\dfrac{\sin(x)}{1+\cos(x)}$ $\boxed{\text{E}}$ Autre

Question 7 L'aire de l'ensemble $D = \{(x,y) \in [0,1] \times \mathbb{R}\ ;\ x^2 \leq y \leq e^x\}$ est

$\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ $e+\dfrac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$ $-e+1$ $\boxed{\text{D}}$ 0 ■ $e-\dfrac{4}{3}$ $\boxed{\text{E}}$ Autre

Question 8 L'inégalité $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|\, dx$ est vraie...

$\boxed{\text{A}}$ ... uniquement lorsque f est positive. $\boxed{\text{B}}$ ... jamais. $\boxed{\text{C}}$ ... uniquement lorsque f est constante.
■ ... tout le temps. $\boxed{\text{D}}$ ... uniquement lorsque f est de signe constant. $\boxed{\text{E}}$ Autre

Question 9 La valeur de $\displaystyle\int_0^\pi \sin(x)^2 dx$ est

$\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 ■ $\dfrac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ π $\boxed{\text{D}}$ π^2 $\boxed{\text{E}}$ Autre

Question 10 La valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}dx$ est

$\boxed{\text{A}}$ 1 ■ $\displaystyle\int_0^\pi \sin(y)^2 dy$ $\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\int_0^\pi \arcsin(y)dy$ $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1-\cos(y)^2}dy$ $\boxed{\text{E}}$ Autre
Indication : effectuer le changement de variable $y = \arccos(x)$.