

ÉVALUATION

Exercice 1

1. On pose $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer N^n pour $n \geq 1$.
2. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. A l'aide du Binôme de Newton, calculer A^n .
Indication : on remarquera que $A = I_2 + N$.

Exercice 2 Soit m un réel et soit D la matrice définie par

$$D = \begin{pmatrix} m+2 & -3 & 1 \\ -2 & m & 2 \\ 2m & -1 & 1-m \end{pmatrix}$$

1. Calculer sous forme factorisée le déterminant de D .
2. Pour quelles valeurs de m la matrice D est-elle inversible ?

Exercice 3 Soit $E = \mathbb{R}_2[X]$ l'espace vectoriel réel des polynômes à coefficients réels de degré inférieur ou égal à 2. On pose

$$F = \{P \in \mathbb{R}_2[X], P'(1) = P(0)\}.$$

1. Montrer que F est un sous-espace vectoriel de E .
2. Déterminer une base de F .

Exercice 4

1. Déterminer une équation décrivant $F = \text{Vect}(u_1, u_2)$ pour $u_1 = (0, 1, 2)$ et $u_2 = (2, 1, 0)$ dans $\mathbb{R}^3$.
2. Déterminer une famille génératrice du sous-espace vectoriel $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, y = 2z\}$.
3. Déterminer une famille génératrice de $F \cap G$.
4. F et G sont-ils supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$?