

Exercices d'oraux du Magistère de l'ENS Rennes

Killian Le Milbeau

28 septembre 2022

1 Exercices d'Algèbre

Exercice 1 :

Soient $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ telles que $\forall (i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket, i \neq j, A_i A_j = A_j A_i$.
Montrer que, $A_1 \dots A_n = 0$.

Exercice 2 :

Soit G un groupe. Montrer que, G est fini $\iff G$ admet un nombre fini de sous-groupes.

Exercice 3 : (Fin d'oral)

Soit $X \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ telle que $X^3 = I_n$. Que vaut X ?

2 Exercices d'Analyse

Exercice 1 :

Soit $\alpha > 0$. Notons $R > 0$ le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ avec $(a_n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ et $z \in \mathbb{C}$. Que vaut le rayon de convergence de $\sum a_n^\alpha z^n$?

Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de fonction K -lipschitziennes de $[0, 1]$ dans \mathbb{R} , convergeant simplement vers une fonction u .

Montrer que la convergence est en fait uniforme.

Exercice 3 : (Fin d'oral)

Montrer qu'il existe une constante c telle que, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}_+^*, |\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq c\sqrt{|x - y|}$.

Les exercices donnés en début d'oraux, c'est-à-dire sur la planche que l'on vous donnera, sont souvent assez durs et quand ils ne le sont pas, on vous attend sur la rédaction. Les exercices donnés en fin d'oraux, si vous arrivez à faire tous les exercices de la planche, sont plutôt simples et prennent 30 secondes à 1 minute.

Si vous êtes un taupin ou un élève de la Fac, je vous invite à aller sur le site BEOS et à mettre "Magistère" dans la rubrique Concours, cela va grandement vous aider à préparer l'oral du concours.

Il y a aussi un oral avec Mr. Christophe Dupont mais qui n'a pas pour objectif de vous juger, du moins ce n'était pas mon ressenti.