Contents

1 Leçons d'algèbre et géométrie **2**

2 Leçons d'analyse. **7**

3 Développements d'algèbre **13**

4 Développements mixtes **14**

5 Développements d'analyse **15**

1 Leçons d'algèbre et géométrie

101 - Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- $\mathcal{A}_5$ est l'unique groupe simple d'ordre 60
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

102 - Groupes des nombres complexes de module 1. Racines de l'unité. Applications.

- Théorème de Burnside sur les groupes résolubles
- Morphismes continus du cercle dans $GL_n(\mathbb{R})$

103 - Conjugaison dans un groupe. Exemple de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

- A5 est l'unique groupe simple d'ordre 60
- Théorème de Burnside sur les groupes résolubles
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$
- Non isomorphisme exceptionnel

104 - Groupes finis. Exemples et applications.

- Théorème de Burnside sur les groupes résolubles
- A5 est l'unique groupe simple d'ordre 60
- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- Sous-groupes d'exposant fini de $GL_n(\mathbb{C})$
- Non isomorphisme exceptionnel

105 - Groupe des permutations d'un ensemble fini.

- A5 est l'unique groupe simple d'ordre 60
- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$

106 - Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie, sous-groupes de GL(E). Applications.

- Théorème de Lie-Kolchin
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$
- Non isomorphisme exceptionnel
- Morphismes continus du cercle dans $GL_n(\mathbb{R})$
- Sous-groupes d'exposant fini de $GL_n(\mathbb{C})$
- Calcul de $exp(M_n(\mathbb{C}))$ et $exp(M_n(\mathbb{R}))$
- Décomposition polaire

108 - Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$
- Base de Burnside

120 - Anneau Z/nZ

- Théorème de Chevalley-Warning et EGZ
- Base de Burnside

121 - Nombres premiers.

- Théorème de Burnside sur les groupes résolubles
- Théorème de Chevalley-Warning et EGZ
- Base de Burnside

122 - Anneaux principaux.

- Idéaux premiers de K[X,Y]
- Automorphismes de K(X)

123 - Corps finis.

- Théorème de Chevalley-Warning et EGZ
- Non isomorphisme exceptionnel

125 - Extensions de corps. Exemples et applications.

- Automorphismes de K(X)
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

127 - Exemples de nombres remarquables. Exemples d'anneaux de nombres remarquables. Applications.

- Théorème de Burnside sur les groupes résolubles
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

141 - Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

- Automorphismes de K(X)
- Idéaux premiers de $\mathbb{K}[X, Y]$

142 - PGCD PPCM, algorithmes de calcul. Applications.

- Automorphismes de K(X)
- Idéaux premiers de $\mathbb{K}[X, Y]$

144 - Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.

- Théorème de Burnside sur les groupes résolubles
- Théorème de Chevalley-Warning et EGZ

148 - Dimension d'un espace vectoriel. Rang. Exemples et applications.

- Base de Burnside
- Théorème de Lie-Kolchin

149 - Déterminants. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John-Löewner
- Sous-groupes d'exposant fini de $GL_n(\mathbb{C})$

150 - Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

- Calcul de $exp(M_n(\mathbb{C}))$ et $exp(M_n(\mathbb{R}))$
- Décomposition polaire

151- Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

- Théorème de Lie-Kolchin
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

152 - Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.

- Sous-groupes d'exposant fini de $GL_n(\mathbb{C})$
- Décomposition polaire

153- Valeurs propres, vecteurs propres. Calculs exacts ou approchés d'éléments propres. Applications.

- Théorème de Lie-Kolchin
- Morphismes continus du cercle dans $GL_n(\mathbb{R})$

154 - Exemples de décomposition de matrices. Applications.

- Non isomorphisme exceptionnel
- Décomposition polaire

155 - Exponentielle de matrices. Applications.

- Morphismes continus du cercle dans $GL_n(\mathbb{R})$
- Calcul de $exp(M_n(\mathbb{C}))$ et $exp(M_n(\mathbb{R}))$

156 - Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

- Théorème de Lie-Kolchin
- Morphismes continus du cercle dans $GL_n(\mathbb{R})$
- Sous-groupes d'exposant fini de $GL_n(\mathbb{C})$
- Non isomorphisme exceptionnel

157 - Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

- Décomposition polaire
- Ellipsoïde de John-Löewner

158 - Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien.

- Décomposition polaire
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

159 - Formes linéaires et dualité en dimension finie.

- Sous-espaces vectoriels de $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ engendré par les translatés
- Théorèmes de Choquet et de Birkhoff

161 - Espaces vectoriels et espaces affines euclidiens : distances, isométires

- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

162 - Systèmes d'équations linéaires; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

Impasse

170 - Formes quadratiques en dimension finie. Orthogonalité. Applications.

- Ellipsoïde de John-Löewner
- Isomorphisme $O(p,q) \simeq O(p) \times O(q) \times \mathbb{R}^{pq}$
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

171 - Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John-Löewner
- Isomorphisme $O(p,q) \simeq O(p) \times O(q) \times \mathbb{R}^{pq}$

181-Convexité dans $\mathbb{R}^n$

- Ellipsoïde de John-Löewner
- Théorèmes de Choquet et de Birkhoff

190 - Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement

- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- Théorème de Chevalley-Warning et EGZ

191 - Techniques d'algèbre en géométrie.

- Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

2 Leçons d'analyse.

201 - Espaces de fonctions.

- Théorème de Montel
- Théorème de Stone-Weierstrass
- Théorème de Fourier-Plancherel
- Théorème de Banach-Alaoglu

203 - Utilisation de la notion de compacité.

- Théorème de Montel
- Théorème de Stone-Weierstrass
- Théorème de Banach-Alaoglu
- Compacts dans les espaces de Hilbert
- Théorème du point fixe de Brouwer
- Ellipsoïde de John-Löewner
- Théorèmes de Choquet et de Birkhoff

204 - Connexité.

- Théorème de Lie-Kolchin.
- Théorème du point fixe de Brouwer
- Théorème de Sunyer i Balaguer
- Calcul de $exp(M_n(\mathbb{C}))$ et $exp(M_n(\mathbb{R}))$

205 - Espaces complets. Exemples et applications.

- Théorème de Sunyer i Balaguer
- Théorème de Banach-Alaoglu
- Compacts dans les espaces de Hilbert
- Point fixe de Banach et Cauchy-Lipschitz linéaire
- Théorème de Fourier-Plancherel

206 - Exemples d'utilisation de la notion de dimension finie en analyse.

- Théorème du point fixe de Brouwer
- Point fixe de Banach et Cauchy-Lipschitz linéaire

208 - Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

- Théorème de Banach-Alaoglu
- Étude de la convergence faible dans $l^1(\mathbb{N})$

209 - Approximation d'une fonction par des fonctions régulières. Exemples d'applications.

- Théorème de Féjer
- Théorème de Stone-Weierstrass

213 - Espaces de Hilbert. Exemples d'applications.

- Théorème de Banach-Alaoglu
- Compacts dans les espaces de Hilbert

214 - Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Illustrations en analyse et en géométrie.

- Théorème du point fixe de Brouwer
- Calcul de $exp(M_n(\mathbb{C}))$ et $exp(M_n(\mathbb{R}))$

215 - Applications différentiables sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Exemples et applications.

- Théorème du point fixe de Brouwer
- Calcul de $exp(M_n(\mathbb{C}))$ et $exp(M_n(\mathbb{R}))$

218 - Formules de Taylor (impasse)

- Théorème de Sunyer i Balaguer
- Théorème de Berstein-Valiron

219 - Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John-Löewner
- Théorèmes de Choquet et de Birkhoff
- Théorème de Banach-Alaoglu

220 - Illustrer par des exemples la théorie des équations différentielles ordinaires.

- Point fixe de Banach et Cauchy-Lipschitz linéaire
- Sous-espaces vectoriels de $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ engendré par les translatés

221 - Equations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

- Point fixe de Banach et Cauchy-Lipschitz linéaire
- Sous-espaces vectoriels de $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ engendré par les translatés

223 - Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

- Théorème de Sunyer i Balaguer
- Étude de suites récurrentes

Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

- Étude de suites récurrentes
- Formule d'Euler-MacLaurin et développement de la série harmonique

226 - Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchées d'équations.

- Étude de suites récurrentes
- Point fixe de Banach et Cauchy-Lipschitz linéaire

228 - Continuité, dérivabilité des fonctions d'une variable réelle. Exemples et applications.

- Théorème de Sunyer i Balaguer
- Étude de Gamme sur la droite réelle
- Sous-espaces vectoriels de $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ engendré par les translatés

229 - Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

- Ellipsoïde de John-Löewner
- Étude de Gamme sur la droite réelle

230 - Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

- Étude de la convergence faible dans $l^1(\mathbb{N})$
- Compacts dans les espaces de Hilbert
- Expression des zeta(2k)
- Formule d'Euler-MacLaurin et développement de la série harmonique

234 - Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables.

- Théorème de Fourier-Plancherel
- $F(L_1(\mathbb{R}))$ est dense dans $C_0(\mathbb{R})$

235 - Problèmes d'interversion de symboles en analyse.

- Théorème de Fourier-Plancherel
- Théorème de Sunyer i Balaguer

236 - Illustrer par des exemples queles méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.

- Étude de Gamme sur la droite réelle
- Théorème du point fixe de Brouwer
- Prolongement méromorphe de Gamma

239 - Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

- Étude de Gamme sur la droite réelle
- Théorème du point fixe de Brouwer
- $F(L_1(\mathbb{R}))$ est dense dans $C_0(\mathbb{R})$
- Prolongement méromorphe de Gamma

241 - Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.

- Théorème de Berstein-Valiron
- Théorème de Banach-Alaoglu
- Théorème de Montel
- Théorème de Féjer
- Expression des zeta(2k)

243 - Séries entières, propriété de la somme. Exemples et applications.

- Théorème de Berstein-Valiron
- Expression des zeta(2k)

244 - Exemples d'études et d'applications de fonctions usuelles et spéciales.

- Étude de Gamme sur la droite réelle
- Prolongement méromorphe de Gamma
- Expression des zeta(2k)

245 - Fonctions holomorphes et méromorphes sur un ouvert de $\mathbb{C}$. Exemples et applications.

- Prolongement méromorphe de Gamma
- Théorème de Montel

246 - Séries de Fourier. Exemples et applications.

- Expression des zeta(2k)
- Théorème de Féjer

250 - Transformation de Fourier. Exemples et applications.

- Théorème de Fourier-Plancherel
- $F(L_1(\mathbb{R}))$ est dense dans $C_0(\mathbb{R})$

253 - Utilisation de la notion de convexité en analyse.

- Ellipsoïde de John-Löewner
- Théorèmes de Choquet et de Birkhoff

261 - Loi d'une variable aléatoire : caractérisations, exemples, applications.

Impasse

262 - Convergence d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limite. Exemples et applications.

Impasse

264- Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

Impasse

266 - Utilisation de la notion d'indépendance en probabilités.

Impasse

3 Développements d'algèbre

Isomorphisme $SO_3 \simeq PSU_2$

Leçons : 101, 103,106, 108, 125, 127, 151, 158, 161, 170, 191.

A5 est l'unique groupe simple d'ordre 60

Leçons : 101, 103, 104, 105.

Théorème de Burnside sur les groupes résolubles

Leçons : 102, 103, 104, 121, 127, 14.

Morphismes continus du cercle dans $GL_n(\mathbb{R})$

Leçons : 102, 106, 152, 155, 156.

Non isomorphisme exceptionnel

Leçons : 103, 104, 106, 123, 154, 156, 190.

Lie-Kolchin

Leçons : 106, 148, 151, 153, 156, 204.

Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$

Leçons : 101, 104, 105, 161, 190, 191.

Sous-groupes d'exposant fini de $GL_n(\mathbb{C})$

Leçons : 104, 106, 149, 152 156.

Base de Burnside

Leçons : 108, 120, 121, 148.

Théorème de Chevalley-Warning et EGZ

Leçons : 120, 121, 123, 144, 190.

Isomorphisme $O(p,q) \simeq O(p) \times O(q) \times \mathbb{R}^{pq}$

Leçons : 170, 171.

Idéaux premiers de K[X,Y]

Leçons : 122, 141, 142.

Automorphismes de K(X)

Leçons : 122, 125, 141, 142.

Décomposition polaire

Leçons : 106, 150, 152, 154, 157, 158.

4 Développements mixtes

Calcul de $exp(M_n(\mathbb{C}))$ **et** $exp(M_n(\mathbb{R}))$

Leçons : 106, 150, 155, 204, 214, 215.

Ellipsoïde de John-Löewner

Leçons : 149, 157, 170, 171, 181, 203, 219, 229, 253.

Théorèmes de Choquet et de Birkhoff

Leçons : 159, 181, 203, 219, 253.

Sous-espaces vectoriels de $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ engendré par les translatés

Leçons : 159, 220, 221, 228.

5 Développements d'analyse

Théorème du point fixe de Brouwer

Leçons : 203, 204, 206, 215, 236, 239.

Théorème de Banach-Alaoglu

Leçons : 201, 205, 208, 213,219, 241.

Théorème de Montel

Leçons : 201, 203, 241, 245.

Étude de Gamma sur la droite réelle

Leçons : 228, 229, 236, 239, 244.

Prolongement méromorphe de Gamma

Leçons : 236, 239, 244, 245.

Étude de la convergence faible dans $l^1(\mathbb{N})$

Leçons : 208, 230.

Point fixe de Banach et Cauchy-Lipschitz linéaire

Leçons : 205, 206, 220, 221, 226.

Théorème de Sunyer-i-Balaguer

Leçons : 204, 205, 218, 223, 228, 235.

Compacts dans les espaces de Hilbert

Leçons : 203, 205, 213, 230.

Théorème de Stone-Weierstrass

Leçons : 201, 203, 209.

Théorème de Fourier-Plancherel

Leçons : 201, 205, 234, 235, 250.

$F(L_1(\mathbb{R}))$ est dense dans $C_0(\mathbb{R})$

Leçons : 234, 239, 250.

Théorème de Féjer

Leçons : 209, 241, 246.

Expression des zeta(2k)

Leçons : 230, 241, 243, 244, 246.

Théorème de Bernstein-Valiron

Leçons : 218, 241, 243.

Étude de suites récurrentes

Leçons : 223, 224, 226.

Formule d'Euler-MacLaurin et développement de la série harmonique

Leçons : 224, 230.