Variables aléatoires usuelles

Sacha Quayle

Paramètre(s)	Loi	Interprétation	$X(\Omega)$	Loi ou densité de X	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(X)$	$\varphi_X(t)$
$p \in [0,1]$	Bernoulli : $X \sim \mathcal{B}(p)$	Proba de succès	$\{0,1\}$	$\mathbb{P}(X=0) = 1-p$, $\mathbb{P}(X=1) = p$	p	$p(1-p)$	$(1-p) + pe^{it}$
$p \in [0,1]$, $n \in \mathbb{N}^*$	Binomiale : $X \sim \mathcal{B}(n,p)$	Nombre de succès parmi n expériences indép. de même probabilité de réussite	$[\![0,n]\!]$	$\mathbb{P}(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$	$((1-p) + pe^{it})^n$
$p \in [0,1]$	Géométrique : $X \sim G(p)$	Premier succès lorsqu'on répète des expériences indép. de même probabilité de réussite	$\mathbb{N}^*$	$\mathbb{P}(X=k) = p(1-p)^{k-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{p}{1-p^2}$	$\frac{pe^{it}}{1-(1-p)e^{it}}$
$\lambda > 0$	Poisson : $X \sim P(\lambda)$	Loi des évènements rares	$\mathbb{N}$	$\mathbb{P}(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ	$e^{\lambda(e^{it}-1)}$
$a < b$	Uniforme : $X \sim U_{[a,b]}$		$[a,b]$	$f_X(x) = \frac{1}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{e^{itb}-e^{ita}}{it(b-a)}$
$\lambda > 0$	Exponentielle : $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$	Loi sans mémoire, modélise des durées de vie ou de fonctionnement dans situations sans vieillissement	$\mathbb{R}_+$	$f_X(x) = \lambda\, e^{-\lambda x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$(1 - it/\lambda)^{-1}$
$m \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$	Normale : $X \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$	Décrit comportement d'une suite d'expériences aléatoires i.i.d. lorsque le nombre d'expériences est très élevé	$\mathbb{R}$	$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	m	σ^2	$e^{mit - \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$
$m > 0$, $\lambda > 0$	Gamma : $X \sim \Gamma(m, \lambda)$	Généralisation de la loi exponentielle, le paramètre m tient compte du vieillissement	$\mathbb{R}_+$	$f_X(x) = \frac{\lambda^m}{\Gamma(m)}\, e^{-\lambda x}\, x^{m-1}$	$\frac{m}{\lambda}$	$\frac{m}{\lambda^2}$	$(1 - it/\lambda)^{-k}$
$n \in \mathbb{N}^*$	Chi-deux : $X \sim \chi^2(n)$	Loi de la somme de n v.a. i.i.d. de loi $\mathcal{N}(0,1)$	$\mathbb{R}_+$	$f_X(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{n/2-1} \frac{1}{2\Gamma(n/2)} \exp(-\frac{x}{2})$	n	$2n$	$(1 - 2it)^{-k/2}$
$n \in \mathbb{N}^*$	Student : $X \sim T(n)$	$X = \frac{Z}{\sqrt{U/n}}$ où $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$ et $U \sim \chi^2(n)$	$\mathbb{R}$				