Quelques références pour aller plus loin

▹ Le *Cours d'Algèbre* de Daniel Perrin permet de compléter ce cours de THGR, et contient de nombreux exercices intéressants. La plupart sont corrigés dans le livre *Exercices d'Algèbre* de Pascal Ortiz. C'est l'option recommandée dans un premier temps car elle permet d'approfondir les notions vues en cours et en TD et d'atteindre une très bonne compréhension des notions attendues en fin de L3.

▹ Pour un point de vue « actions de groupes » sur l'algèbre linéaire et bilinéaire, ainsi que sur de nombreux problèmes de géométrie classiques à l'agrégation (tels que les coloriages de solides), les *Histoires Hédonistes de Groupes et de Géométrie*, de Philippe Caldero et Jérôme Germoni, sont incontournables. Le *Carnet de voyage en Algébrie*, de Philippe Caldero et Marie Peronnier, contient aussi de jolis développements d'agrégation. Ces recommandations sont aussi très adaptées pour approfondir le cours de THGR.

Les autres suggestions ci-dessous sont plutôt de l'ordre de l'ouverture, afin de découvrir des domaines qu'il vous plairait d'appronfondir en stage par exemple.

▹ La théorie des représentations permet de mélanger les notions vues en théorie des groupes et les notions vues en algèbre linéaire. Les notes de cours de Matthieu Romagny constituent un très bon point de départ, vous y trouverez également des références à des livres (Serre, Colmez...) très bien écrits pour un premier contact avec cette branche des mathématiques. Pour aller encore plus loin, on peut s'intéresser aux représentations continues de groupes topologiques, faire de l'analyse harmonique sur les groupes compacts etc. Pour cela les livres de Rudin et de Kowalski seront, j'en suis sûr, un bon point de départ.

- https://agreg-maths.univ-rennes1.fr/documentation/docs/representations_lineaires_des_groupes_finis.pdf
- *Fourier Analysis on Groups*, de Walter Rudin.
- *An Introduction to the Representation Theory of Groups*, d'Emmanuel Kowalski.

▹ La théorie de Galois est un pont entre la théorie des groupes et celle des extensions de corps (et donc, dans une certaine mesure, l'algèbre linéaire intervient également). Elle est née de l'étude de la résolubilité par radicaux des équations polynomiales, c'est-à-dire de la tentative de généraliser les formules comme

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

à des équations de degré supérieur à 2.

- *Théorie de Galois*, d'Ivan Gozard (très détaillé, d'un niveau accessible en L3).
- *Algèbre et théories galoisiennes*, de Régine et Adrien Douady (plus abstrait, commence par le vocabulaire des catégories. Ce livre présente tout un parallèle avec la topologie, qui conduit notamment à parler de revêtements galoisiens).

▹ La théorie des groupes de Lie permet de mélanger la théorie des groupes avec le calcul différentiel.

- *Lie Groups, Lie Algebras, and Representations*, de Brian C. Hall.
- *Lie Groups*, de Daniel Bump.
- *Analyse sur les groupes de Lie*, de Jacques Faraut.

▷ La notion de groupe moyennable permet de mélanger la théorie de la mesure et la théorie des groupes, et de comprendre le célèbre paradoxe de Banach-Tarski. Une référence possible est un chapitre du livre de Denis Choimet et Hervé Queffélec : *Analyse mathématique. Grands théorèmes du vingtième siècle.*

▷ La notion de graphe de Cayley permet de faire un lien entre la théorie des groupes et la théorie des graphes, et de parler de marches aléatoires sur des groupes. Je connais malheureusement assez peu la littérature sur le sujet pour conseiller une référence canonique.

▷ La topologie algébrique est un domaine dans lequel on associe des invariants algébriques (dont des groupes) à des espaces topologiques, afin notamment de trouver des manières de distinguer des espaces topologiques. Le groupe fondamental est un exemple de tel invariant. Quelques références pour entrer dans ce sujet :

— Le site Analysis Situs : `https://analysis-situs.math.cnrs.fr/`
— *Algebraic Topology*, d'Allen Hatcher.
— *Topologie Algébrique. Une Introduction, et au delà*, de Christian Leruste.