PTSI - Lycée Loritz 2022-2023 - Semaine 2

Programme de colle n°2 : Début d'année

$$26/9 \to 30/9$$

Logiques, ensembles, raisonnements

- Définitions. Notions de logique : Et, Ou, Implication, Négation, Équivalence
- Raisonnements. absurde, contraposée, réciproque, récurrence, récurrence double, récurrence forte, implication, disjonction de cas, analyse-synthèse
- Ensembles. Écriture d'ensembles, opération de base sur les ensembles (y compris unions/intersections infinies). Produit cartésien. Montrer une égalité d'ensembles par double inclusion.

Inégalités, valeur absolue, résolution d'équations, inéquations et systèmes linéaires

- Relation d'ordre ≤. Propriétés.
- Valeur absolue. Propriétés, dont inégalité triangulaire.
- Partie entière. Définition, graphe, propriétés.
- Rappels sur les équations et inéquations classiques, comment les résoudre et rédiger la résolution.
- Opérations élémentaires sur les lignes d'un système linéaire.
- Algorithme du pivot de Gauss par opération sur les lignes d'un système.
- Résolution d'un système linéaire mis sous forme réduite de Gauss.
- Inconnues principales, auxiliaires. Équations principales, auxiliaires.
- A noter : Aucune notion matricielle n'a été vue. Pas de rang, ni de système échelonné non plus, les pivots peuvent-être positionnés comme bon semble à l'élève.

Trigonométrie

- Fonctions cos, sin et tan. (Définition, périodicité, dérivabilité, allure)
- Formulaire de trigonométrie. Les formules de type $\cos(p) + \cos(q)$ ne sont plus dans le cours, mais ont été vues en TD.
- Limites en 0 de $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{1-\cos x}{x}$ et $\frac{1-\cos x}{x^2}$.
- $|\sin(x)| \leq |x| \sin \mathbb{R}$.
- Résolution d'équations et inéquations trigonométriques.

Questions de cours

- Montrer que pour tout entier n, n^2 impair $\Leftrightarrow n$ impair.
- Montrer par récurrence que pour tout entier $n \ge 2$, $2^n > n + 1$.
- Résoudre $\sqrt{x^2 + 1} = 2x + 1$ par analyse-synthèse.
- \bullet Montrer par récurrence forte que tout nombre entier supérieur ou égal à 2 s'écrit comme un produit d'un ou plusieurs nombres premiers.
- Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{2x^2+1}{x+1} \geqslant 2$.
- Montrer que cos est dérivable sur \mathbb{R} et $\cos' = -\sin$.
- Résoudre sur \mathbb{R} l'équation $\cos(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (On attend un beau schéma de cercle trigonométrique avec une explication, un raisonnement par équivalences, un ensemble de solutions).