Programme de colle n°3 : Trigonométrie et complexes

$3/10 \to 7/10$

Trigonométrie

- Fonctions cos, sin et tan. (Définition, périodicité, dérivabilité, allure)
- Formulaire de trigonométrie. Les formules de type $\cos(p) + \cos(q)$ ne sont plus dans le cours, mais ont été vues en TD.
- Limites en 0 de $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{1-\cos x}{x}$ et $\frac{1-\cos x}{x^2}$.
- $|\sin(x)| \leqslant |x|$ sur $\mathbb{R}$.
- Résolution d'équations et inéquations trigonométriques.

Le corps $\mathbb{C}$ des complexes

- Définition de $\mathbb{C}$, de i.
- Structure algébrique de $\mathbb{C}$.
- Plan complexe et représentation géométrique des complexes.
- Argument, module, conjugué, leurs représentations géométriques, leurs propriétés. Inégalité triangulaire.
- Notamment $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \overline{z}$ et $z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow z = -\overline{z}$.
- Forme trigonométrique, forme exponentielle, définition de $\mathbb{U}$, formules d'Euler, de Moivre.
- Factorisation par l'angle moitié.
- Définition de l'exponentielle complexe. Propriétés basiques.

Questions de cours

- Montrer que cos est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\cos' = -\sin$.
- Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(2x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (On attend un beau schéma de cercle trigonométrique avec une explication, un raisonnement par équivalences, un ensemble de solutions).
- Définir le conjugué, le module, l'argument d'un nombre complexe.
  Citer le théorème de mise sous forme trigonométrique.
  Mettre $1 - i$ sous forme trigonométrique.
- Énoncé de l'inégalité triangulaire + démonstration (sans cas d'égalité).
- Pour $\theta, \varphi \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{i(\theta+\varphi)} = \mathrm{e}^{i\theta} \times \mathrm{e}^{i\varphi}$ + démonstration.
- Factorisation par l'angle moitié : Déterminer module et argument de $\mathrm{e}^{i\alpha} + \mathrm{e}^{i\beta}$ pour α et β réels.