

**Programme de colle n°8 : Complexes: équations et géométrie**

21/11 → 25/11

**Équations et géométrie complexes**

- Si  $\alpha$  est une racine de l'expression polynomiale  $P(z)$ , alors celle-ci se factorise par  $z - \alpha$ .
- Recherche de racines carrées sous forme algébrique ou sous forme exponentielle.
- Équations du second degré à coefficients complexes : Racines, cas des coefficients réels avec racines conjuguées, relations coefficients-racines, systèmes somme-produit.
- Racines  $n$ -ièmes de l'unité.
- Racines  $n$ -ièmes d'un complexe quelconque.
- Géométrie plane. Utilisation de  $\frac{c-a}{b-a}$  pour obtenir le ratio des distances  $AB$  et  $AC$  et une mesure de l'angle  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ . Application à l'alignement ou l'orthogonalité.
- Transformation du plan : Représentation des rotations, translations, homothéties et symétries orthogonales.

**Fonctions à valeurs complexes**

- Partie réelle et imaginaire d'une fonction.
- Dérivabilité d'une fonction à valeurs complexes. Opérations sur les dérivées.
- Dérivée de  $t \mapsto \exp(\varphi(t))$  lorsque  $\varphi$  est à valeurs complexes.

**Questions de cours**

- Théorème des racines  $n$ -ièmes de l'unité + démonstration.
- Déterminer les racines carrées de  $-5 - 12i$  sous forme algébrique. On expliquera d'où proviennent les différentes lignes du système.
- Théorème sur les racines d'un trinôme du second degré + démonstration.
- Obtenir les expressions des fonctions complexes associées aux transformations du plan suivantes :
  1. Rotation de centre  $\Omega(2i)$  et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .
  2. Homothétie de centre  $A(1 + i)$  et de rapport 2.
- Pour  $n \geq 2$ , calculer :  $\sum_{k=0}^{n-1} e^{i2k\pi/n}$  et  $\prod_{k=0}^{n-1} e^{i2k\pi/n}$