Le Mans Université
01/10/24

Année universitaire 24-25
Nom :
Prénom :

---

# Interro 1 : Algèbre linéaire 2

Durée : 30 minutes

---

**Question 1** Donner la dimension et une base de l'espace vectoriel des matrices $\mathcal{M}_{np}(\mathbb{R})$.

**Question 2** Donner la définition du produit de deux matrices.

**Question 3** Soit $E$ un espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ et $F$ un espace vectoriel de dimension $p$. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier si l'assertion est vraie et donner un contre exemple si elle est fausse.

1. Si $n > p$ $f$ ne peut pas être injective.
2. Si $f$ est surjective on a nécessairement $n \leqslant p$.

**Question 4** On considère deux $\mathbb{R}$-espaces vectoriels de dimensions finies :
- $E$ de dimension $p$, muni d'une base $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_p)$.
- $F$ de dimension $n$, muni d'une base $\mathcal{F} = (f_1, \dots, f_n)$.

On définit l'application $\Phi_{\mathcal{B},\mathcal{F}} : \mathcal{L}(E, F) \to \mathcal{M}_{np}(\mathbb{R})$, définie $\forall f \in \mathcal{L}(E, F)$ par

$$\Phi_{\mathcal{B},\mathcal{F}}(f) = M_{\mathcal{B},\mathcal{F}}(f)$$

Montrer que $\Phi_{\mathcal{B},\mathcal{F}}$ est une application linéaire.