Question de cours. Enoncer le critère des séries alternées.

Exercice. Soit $f : [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$.

1. Si $f \geq 0$ et $\int_0^{+\infty} f < +\infty$ alors est-ce que $f(x) \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$?
2. Si $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ est une intégrale convergente alors est-ce que $\int_0^{+\infty} |f(x)|dx < +\infty$?

Exercice. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ deux familles de réels. On définit, quand cela a du sens,

$$\forall n \in \mathbb{Z}, (u * v)_n = \sum_{k\in\mathbb{Z}} u_k v_{n-k}$$

Donner un espace vectoriel normé dans lequel $*$ est une loi de composition interne.
Dans ce cas, que peut-on dire de la norme de $u * v$?
De plus, muni de la loi additive et la loi $*$, que pouvez-vous dire de sa structure d'anneau ?

Question de cours. Enoncer le critère des séries alternées.

Exercice. Donner une autre expression de l'intégrale suivante : $\int_0^1 x^x dx$.

Exercice. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ deux familles de réels. On définit, quand cela a du sens,

$$\forall n \in \mathbb{Z}, (u * v)_n = \sum_{k\in\mathbb{Z}} u_k v_{n-k}$$

Donner un espace vectoriel normé dans lequel $*$ est une loi de composition interne.
Dans ce cas, que peut-on dire de la norme de $u * v$?
De plus, muni de la loi additive et la loi $*$, que pouvez-vous dire de sa structure d'anneau ?