

Couplages Leçons/Développements
Préparation Agrégation Externe de Mathématiques

Paul Alphonse

2015-2016

Leçons d'Algèbre

Leçon 101 - Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

1. Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
2. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.
3. Loi de réciprocity quadratique.

Leçon 102 - Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

1. Irréductibilité des polynômes cyclotomiques.
2. Multiplication rapide de polynômes.
3. Polygones réguliers constructibles.
4. Structure des groupes abéliens finis.

Leçon 103 - Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

1. Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
2. Sous-groupes distingués et noyaux de caractères.
3. Théorème de Frattini.

Leçon 104 - Groupes finis. Exemples et applications.

1. Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
2. Sous-groupes distingués et noyaux de caractère.
3. Structure des groupes abéliens finis.
4. Théorème de Frattini.

Leçon 105 - Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

1. Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
2. Isométries du simplexe régulier.

Leçon 106 - Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $\mathrm{GL}(E)$. Applications.

1. Homéomorphisme entre $\mathrm{O}(p, q)$ et $\mathrm{O}(p) \times \mathrm{O}(q) \times \mathbb{R}^{pq}$.
2. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.
3. Théorème de Von-Neumann.

Leçon 107 - Représentations et caractères d'un groupe fini sur un \mathbb{C} -espace vectoriel.

1. Sous-groupes distingués et noyaux de caractère.
2. Structure des groupes abéliens finis.

Leçon 108 - Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

1. Automorphismes de \mathfrak{S}_n .
2. Théorème de Frattini.

Leçon 109 - Représentations de groupes finis de petit cardinal.

1. Sous-groupes distingués et noyaux de caractère.
2. Table de caractères de \mathfrak{S}_4 .

Leçon 110 - Caractères d'un groupe abélien fini et transformée de Fourier discrète.**Applications.**

1. Multiplication rapide de polynômes.
2. Structure des groupes abéliens finis.

Leçon 120 - Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

1. Irréductibilité des polynômes cyclotomiques.
2. Loi de réciprocité quadratique.
3. Théorème de Sophie Germain.

Leçon 121 - Nombres premiers. Applications.

1. Loi de réciprocité quadratique.
2. Théorème de Chevalley-Waring.
3. Théorème de Sophie Germain.

Leçon 122 - Anneaux principaux. Exemples et applications.

1. Equation de type Ramanujan-Nagell.
2. Irréductibilité des polynômes cyclotomiques.
3. Un anneau principal non euclidien.

Leçon 123 - Corps finis. Applications.

1. Endomorphismes nilpotents sur les corps finis.
2. Loi de réciprocité quadratique.
3. Polynômes irréductibles sur les corps finis.
4. Théorème de Chevalley-Waring.

Leçon 124 - Anneau des séries formelles. Applications.

1. Nombres de Catalan.
2. Partitions d'un entier en parts fixées.

Leçon 125 - Extensions de corps. Exemples et applications.

1. Equation de type Ramanujan-Nagell.
2. Polygones réguliers constructibles.
3. Polynômes irréductibles sur les corps finis

Leçon 126 - Exemples d'équations diophantiennes.

1. Equation de Pell-Fermat.
2. Equation de type Ramanujan-Nagell.
3. Théorème de Sophie Germain.

Leçon 127 - Droite projective et birapport.

1. Groupe circulaire.
2. Théorème de Pascal.

Leçon 140 - Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif.**Applications.**

1. Partitions d'un entier en parts fixées.
2. Théorème de Rothstein-Trager.

Leçon 141 - Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture.**Exemples et applications.**

1. Irréductibilité des polynômes cyclotomiques.
2. Polynômes irréductibles dans les corps finis.

Leçon 142 - Algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées. Applications.

1. Borne de Bezout.
2. Théorème de Chevalley-Waring.

Leçon 143 - Résultant. Applications.

1. Borne de Bezout.
2. Théorème de Rothstein-Trager.

Leçon 144 - Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires.**Exemples et applications.**

1. Borne de Bezout.
2. Théorème de Chevalley-Waring.

Leçon 150 - Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

1. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.
2. Loi de réciprocité quadratique.
3. Réduction des endomorphismes normaux.

Leçon 151 - Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie).**Rang. Exemples et applications.**

1. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.
2. Réduction des endomorphismes normaux.
3. Théorème de Frattini.
4. Théorème des extrema liés.

Leçon 152 - Déterminant. Exemples et applications.

1. Borne de Bezout.
2. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.

Leçon 153 - Polynômes d'endomorphisme en dimension finie.**Application à la réduction d'un endomorphisme en dimension finie.**

1. Endomorphismes semi-simples.
2. Réduction des endomorphismes normaux.

Leçon 154 - Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

1. Endomorphismes semi-simples.
2. Réduction des endomorphismes normaux.

Leçon 155 - Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.

1. Décomposition de Dunford.
2. Endomorphismes semi-simples.

Leçon 156 - Exponentielle de matrices. Applications.

1. Homéomorphisme entre $O(p, q)$ et $O(p) \times O(q) \times \mathbb{R}^{pq}$.
2. Théorème de Von Neumann.

Leçon 157 - Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

1. Décomposition de Dunford.
2. Endomorphismes nilpotents sur les corps finis.

Leçon 158 - Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

1. Homéomorphisme entre $O(p, q)$ et $O(p) \times O(q) \times \mathbb{R}^{pq}$.
2. Lemme de Morse.

Leçon 159 - Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

1. Théorème de Pascal.
2. Théorème des extrema liés.

Leçon 160 - Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).

1. Points extrémaux de la boule unité de $\mathcal{L}(E)$.
2. Réduction des endomorphismes normaux.

Leçon 161 - Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Applications en dimension 2 et 3.

1. Isométries du simplexe régulier.
2. Points extrémaux de la boule unité de $\mathcal{L}(E)$.

Leçon 162 - Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Méthode de Kacmarz.

Leçon 170 - Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

1. Homéomorphisme entre $O(p, q)$ et $O(p) \times O(q) \times \mathbb{R}^{pq}$.
2. Isomorphisme entre $\text{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\text{SO}_0(2, 1)$.
3. Lemme de Morse.
4. Loi de réciprocité quadratique.

Leçon 171 - Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

1. Homéomorphisme entre $O(p, q)$ et $O(p) \times O(q) \times \mathbb{R}^{pq}$.
2. Isomorphisme entre $\text{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\text{SO}_0(2, 1)$.
3. Lemme de Morse.

Leçon 180 - Coniques. Applications.

1. Equation de Pell-Fermat.
2. Théorème de Pascal.

Leçon 181 - Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité.**Applications.**

1. Isométries du simplexe régulier.
2. Points extrémaux de la boule unité de $\mathcal{L}(E)$.

Leçon 182 - Applications des nombres complexes à la géométrie. Homographies.

1. Groupe circulaire.
2. Polygones réguliers constructibles.

Leçon 183 - Utilisation des groupes en géométrie.

1. Groupe circulaire.
2. Isométries du simplexe régulier.

Leçon 190 - Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

1. Loi de réciprocité quadratique.
2. Nilpotents sur les corps finis.
3. Partitions d'un entier en parts fixées.
4. Polynômes irréductibles sur les corps finis.

Leçons d'Analyse

Leçon 201 - Espaces de fonctions : exemples et applications.

1. Equation de la chaleur.
2. Espace de Bergman.
3. Théorème de Rademacher.

Leçon 202 - Exemples de parties denses et applications.

1. Espace de Bergman.
2. Théorème de Grothendieck.
3. Théorème de Rademacher.
4. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 203 - Utilisation de la notion de compacité.

1. Théorème d'Ascoli.
2. Théorème de Brouwer.

Leçon 204 - Connexité. Exemples et applications.

1. Isomorphisme entre $PSL(2, \mathbb{R})$ et $SO_0(2, 1)$.
2. Théorème de Cauchy-Lipchitz.

Leçon 205 - Espaces complets. Exemples et applications.

1. Espace de Bergman.
2. Théorème de Cauchy-Lipschitz.
3. Théorème de Grothendieck.
4. Théorème de Rademacher.

Leçon 206 - Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.

1. Théorème de Brouwer.
2. Théorème de Cauchy-Lipschitz.

Leçon 207 - Prolongement de fonctions. Exemples et applications.

1. Formule des compléments.
2. Théorème de Rademacher.

Leçon 208 - Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

1. Théorème de Grothendieck.
2. Théorème de Rademacher.

Leçon 209 - Approximation d'une fonction par des polynômes et des polynômes trigonométriques. Exemples et applications.

1. Densité des polynômes orthogonaux.
2. Equation de la chaleur.
3. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 213 - Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.

1. Equation de la chaleur.
2. Espace de Bergman.

Leçon 214 - Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites.**Exemples et applications.**

1. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.
2. Lemme de Morse.
3. Théorème de Von Neumann.
4. Théorème des extrema liés.

Leçon 215 - Applications différentiables définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n .**Exemples et applications.**

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.
3. Lemme de Morse.
4. Théorème de Cartan-Von Neumann.

Leçon 217 - Sous-variétés de \mathbb{R}^n . Exemples.

1. Isomorphisme entre $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_0(2, 1)$.
2. Théorème de Cartan-Von Neumann.

Leçon 218 - Applications des formules de Taylor.

1. Etude de $\mathrm{VP}(\frac{1}{x})$.
2. Lemme de Morse.
3. Méthode de Laplace.
4. Théorème central limite.

Leçon 219 - Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Equation de la chaleur.
3. Résolution d'un problème aux limites non linéaire.
4. Théorème des extrema liés.

Leçon 220 - Équations différentielles $X' = f(t, X)$.**Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.**

1. Théorème de Cauchy-Lipschitz.
2. Théorème de Lyapunov.

Leçon 221 - Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires.**Exemples et applications.**

1. Théorème de Cauchy-Lipschitz adapté.
2. Théorème de Lyapunov.

Leçon 222 - Exemple d'équations aux dérivées partielles linéaires.

1. Equation de la chaleur.
2. Equation de Schrodinger.

Leçon 223 - Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

1. Inversion de Möbius et développements asymptotiques.
2. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 224 - Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

1. Inversion de Möbius et développements asymptotiques.
2. Méthode de Laplace.

Leçon 226 - Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples et applications.

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Méthode de Kacmarz.

Leçon 228 - Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.

1. Equation de la chaleur.
2. Théorème de Rademacher.

Leçon 229 - Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Résolution d'un problème aux limites non linéaire.

Leçon 230 - Séries de nombres réels ou complexes.**Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.**

1. Inversion de Möbius et développements asymptotiques.
2. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 232 - Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$. Exemples..

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Méthode de Kacmarz.

Leçon 233 - Analyse numérique matricielle : résolution approchée de systèmes linéaires, recherche de vecteurs propres, exemples.

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Méthode de Kacmarz.

Leçon 234 - Espaces $L^p, 1 \leq p \leq \infty$.

1. Espace de Bergman.
2. Théorème de Grothendieck.
3. Théorème de Rademacher.

Leçon 235 - Problèmes d'interversion de limites et d'intégrales.

1. Equation de la chaleur.
2. Espace de Bergman.
3. Formule des compléments.
4. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 236 - Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.

1. Equation de Schrodinger.
2. Formule des compléments.

Leçon 239 - Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre.**Exemples et applications.**

1. Equation de Schrodinger.
2. Méthode de Laplace.

Leçon 240 - Produit de convolution, Transformation de Fourier. Applications.

1. Equation de Schrodinger.
2. Densité des polynômes orthogonaux.

Leçon 241 - Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.

1. Equation de la chaleur.
2. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 243 - Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

1. Espace de Bergman.
2. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 244 - Fonctions développables en série entière, fonctions analytiques. Exemples.

1. Espace de Bergman.
2. Formule des compléments.
3. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 245 - Fonctions holomorphes sur un ouvert de \mathbb{C} . Exemples et applications.

1. Espace de Bergman.
2. Formule des compléments.

Leçon 246 - Séries de Fourier. Exemples et applications.

1. Equation de la chaleur.
2. Résolution d'un problème aux limites non linéaire.

Leçon 247 - Exemples de problèmes d'interversion de limites.

1. Equation de la chaleur.
2. Espace de Bergman.
3. Formule des compléments.
4. Théorème taubérien de Hardy-Littlewood.

Leçon 249 - Suites de variables de Bernoulli indépendantes.

1. Marche aléatoire sur \mathbb{Z} .
2. Nombres normaux.

Leçon 253 - Utilisation de la notion de convexité en analyse.

1. Algorithme du gradient à pas optimal.
2. Résolution d'un problème aux limites non linéaire.

Leçon 254 - Espaces de Schwartz $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ et distributions tempérées.**Dérivation et transformation de Fourier dans $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ et $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^d)$.**

1. Distributions tempérées harmoniques.
2. Equation de Schrodinger.

Leçon 260 - Espérance, variance et moments de variables aléatoires.

1. Convergence d'un estimateur.
2. Nombres normaux.
3. Théorème central limite.

Leçon 261 - Fonction caractéristique et transformée de Laplace d'une variable aléatoire. Exemples et applications.

1. Inégalité de Hoeffding.
2. Théorème central limite.

Leçon 262 - Modes de convergence d'une suite de variables aléatoires. Exemples et applications.

1. Convergence d'un estimateur.
2. Théorème central limite.

Leçon 263 - Variables aléatoires à densité. Exemples et applications.

1. Convergence d'un estimateur.
2. Théorème central limite.

Leçon 264 - Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

1. Marche aléatoire sur \mathbb{Z} .
2. Nombres normaux.